

KWANTOWE GRUPY, TOPOLOGIA I ALGEBRY I

ADAM SKALSKI

W proponowanym projekcie naukowym zamierzamy badać subtelne własności algebr operatorowych, skupiając się na przykładach związanych z kwantowymi symetriami.

Zjawiska dotyczące nieprzemienności odgrywają istotną rolę w matematyce i fizyce matematycznej od czasu odkrycia mechaniki kwantowej w pierwszej połowie XX wieku. Formalnie doprowadziło to do narodzin teorii algebr operatorowych, naturalnych obiektów łączących aspekty algebraiczne i analityczne, reprezentujących zbiory kwantowych obserwabli. W ciągu ostatnich stu lat teoria rozwinęła się w imponujący sposób, w szczególności ujawniając często nieoczekiwane związki z wieloma klasycznymi dziedzinami matematyki, takimi jak układy dynamiczne, rachunek prawdopodobieństwa, teoria informacji i teoria grup.

Z drugiej strony teoria grup, a zwłaszcza jej nowoczesne geometryczne ujęcie, interpretujące zbiory symetrii jako obiekty posiadające naturalną strukturę geometryczną, miała podczas ostatnich dwudziestu-trzydziestu lat bardzo istotny wpływ na badanie algebr operatorowych. Nowe przykłady i pytania zmieniły to, jak myślimy o licznych fundamentalnych problemach i pozwoliły na powiązanie ich z obszarami takimi jak teoria kwantowej informacji. Historia nie kończy się jednak na klasycznych symetriach: matematyczny formalizm i fizyczne intuicje doprowadziły do powstania pojęcia *grup kwantowych*, pozwalającego opisywać symetrie kwantowe.

Naszym podstawowym celem będzie badanie własności aproksymacyjnych algebr operatorowych pochodzących właśnie od kwantowych symetrii. Przez własności aproksymacyjne rozumiemy subtelne analityczne bądź topologiczne sposoby, na jakie dana skomplikowana struktura matematyczna może – albo nie może – być modelowana przez znacznie prostsze obiekty. W kontekście naszego projektu podobne własności mają źródła w analizie Fouriera. Ta ostatnia to teoria, która zrewolucjonizowała analizę matematyczną, wyrażając bardzo ogólne funkcje jako granice wielomianów trygonometrycznych, które rozumiemy bardzo dobrze. Idea poszukiwania podobnych zjawisk będzie stanowić główną inspirację badań naszego projektu. Natura aproksymacji wymaga bardzo precyzyjnego zinterpretowania sposobu, w jaki należy rozumieć “przybliżanie” topologicznie. Stąd pojęcie “Topologia” pojawiające się w tytule projektu.

Wiele z planowanych problemów badawczych sformułowano w otwarty, pozwalający na szeroką interpretację sposób, ale zawsze kryją się za nimi motywacje związane z bardzo konkretnymi pytaniami. W szczególności w ostatniej części projektu zajmiemy się konsekwencjami naszych abstrakcyjnych rezultatów w kwantowym prawdopodobieństwie i kwantowej teorii informacji, dwóch nowoczesnych i gwałtownie się rozwijających dziedzin matematyki, związanych bezpośrednio z informatyką i fizyką teoretyczną. Długoterminowa perspektywa naszych badań dotyczy płynnego połączenia przykładów pochodzących z grup kwantowych z niedawnymi fascynującymi odkryciami w teorii algebr operatorowych opisującymi klasyfikację i swoistą sztywność badanych struktur.

Badania będą prowadzone przez zespół pracujący w Warszawie, pozostający w regularnym kontakcie z szeroką siecią światowych ekspertów powiązanych z kierownikiem projektu. Interdyscyplinarne podejście oznacza, że z wyników badań skorzystają specjaliści pracujący nad grupami kwantowymi, algebrami operatorowymi i kwantową teorią informacji, a także fizycy matematyczni. Projekt doprowadzi do wielu abstrakcyjnych odkryć, ale przede wszystkim pogłębi nasze rozumienie kwantowych tajemnic z matematycznej perspektywy.