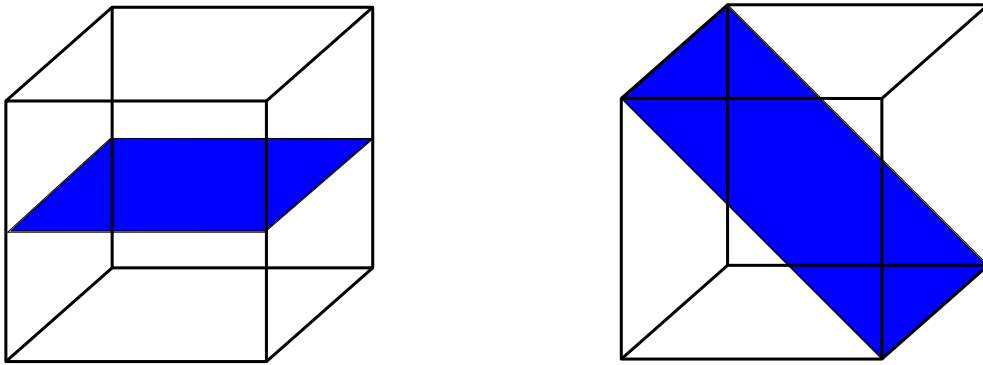


Cięcia kul w p -tych normach i nierówności Chinczyna

Streszczenie popularnonaukowe

Piotr Nayar

Rozważmy sześcian o jednostkowym boku i przetnijmy go z płaszczyzną przechodzącą przez jego środek. W zależności od położenia płaszczyzny, kształt cięcia się zmienia. Które z tych cięć ma najmniejsze i największe pole powierzchni? Okazuje się, że najmniejsze cięcie ma kształt kwadratu o jednostkowym boku, zaś cięcie największe jest prostokątem o bokach 1 oraz $\sqrt{2}$. Zatem pole powierzchni centralnego cięcia sześcianu jest zawsze pomiędzy 1 oraz $\sqrt{2}$. To samo jest prawdą w przestrzeni wymiaru n , zgodnie z wynikami Hadwigera (1972) oraz Balla (1986).



Rysunek 1: Minimalne i maksymalne cięcie sześcianu.

Wprowadźmy teraz ogólniejszą rodzinę zbiorów, mianowicie zbiory punktów (x, y, z) dane nierównościami postaci

$$|x|^p + |y|^p + |z|^p \leq 1.$$

Gdy p dąży do nieskończoności, zbiór ten staje się bardzo bliski kostce o boku dwa. Gdy $p = 2$, otrzymujemy zbiór punktów spełniających $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$, czyli kulę jednostkową. W tym przypadku wszystkie cięcia są kołami jednostkowymi o polu π . Dla $p = 1$ dostajemy kolejny ciekawy zbiór, mianowicie zbiór punktów spełniających nierówność $|x| + |y| + |z| \leq 1$, który okazuje się być ośmiościanem foremnym.

Poza przypadkiem bardzo dużych p , nawet w tej prostej trójwymiarowej sytuacji największe cięcia nie są znane dla $p > 2$. Jednym z głównych celów projektu jest zbadanie tego problemu i jego odpowiedników w przestrzeni n wymiarowej.