Celem projektu jest badanie nieliniowych układów sterowania postaci $\dot{x}(t) = F(x(t), u(t))$, gdzie ewolucja $x(t)$ w czasie jest opisana przez skończoną ilość współrzędnych $(x_1(t), \ldots, x_n(t))$. Sterowanie $u(t)$ wpływa na ewolucję $x(t)$ i jest wybierane (często przez inżyniera, czasami przez naturę) tak, by osiągnąć zakładany cel. Dla ustalonego warunku początkowego $x_0$ jest tyle możliwych ewolucji startujących z $x_0$, ile wyborów sterowania $u(t)$ i celem do osiągnięcia może być, na przykład, dosterowanie z zadanego punktu początkowego do zadanego punktu końcowego (problem sterowalności), dosterowanie z dowolnego punktu do zadanego punktu równowagi (problem stabilizacji), śledzenie ustalonej trajektorii, połączenie dwóch dowolnych pountów trajektorią minimalizującą zadane kryterium optymalizacji (na przykład, energia, czas, odległość itp.). W naszym projekcie badamy różne klasy układów sterowania odpowiadające różnym formom $F(x, u)$. Główną cechą przedstawionego projektu jest podejście geometryczne. To znaczy, narzędzia i wyniki, których używamy, mają swoje źródło w geometrii i, co najważniejsze, sformułowanie zarówno problemów jak i wyników jest geometryczne, tzn. niezależne od szczególnej reprezentacji układu. Teraz opiszemy zwięźle wszystkie zagadnienia, które zamierzamy badać w ramach projektu z uwzględnieniem opisanej metodologii.

Pierwszym zagadnieniem jest płaskość. Układ sterowania $\dot{x} = F(x, u)$ nazywamy płaskim, jezeli można znaleźć $m$ funkcji (tyle, ile współrzędnych sterowania), zwanych płaskimi wyjściami, które opisują (wraz ze swoimi pochodnymi) ewolucję $x(t)$ i $u(t)$ w czasie. Chociaż wiele układów sterowania (zwłaszcza w zastosowaniach) jest płaskich, nie są znane weryfikowalne warunki na płaskość. W projekcie będziemy badać różne aspekty płaskości. Po pierwsze, planujemy otrzymać klasyfikację płaskich układów w małych wymiarach, które opisują wiele układów spotykaynch w zastosowaniach fizycznych i inżynierskich. Po drugie, będziemy badać zagadnienie, gdzie umieścić sterowania, by otrzymać układ płaski (naturalnie jest nazywać takie sterowania płaskimi wejściami). Będziemy także studiować strukturę miejsc osobliwych, gdzie układ płaski traci własność płaskości.

Drugim zagadnieniem są mechaniczne układy sterowania. Będziemy badać, kiedy można mechaniczny układ sterowania przekształcić w najprostszy możliwy, tzn. w liniowy mechaniczny układ sterowania. Bedziemy żądać, by transformacje linearyzujące zachowywały mechaniczną naturę układu, tzn. przekształcały położenia w położenia, prędkości w prędkości, itd. Będziemy używać narzędzi geometrycznych i interpretować wyniki zarówno geometrycznie, jak mechanicznie. Będziemy również badać płaskość mechanicznych układów sterowania, łącząc pierwsze i drugie zagadnienie projektu.

Załóżmy, że w układzie $\dot{x} = f(x)$ (bez sterowań) lub $\dot{x} = F(x, u)$ (ze sterowaniami) nie możemy mierzyć pełnego stanu $x(t)$, ale jedynie funkcję $y(t)$, gdzie $y = h(x)$. Zazwyczaj $y$ ma mniej wsółrzędnych niż $x$. Problem obserwatora to zaproponowanie układu karmionego wyjściem $y(t)$, którego rozwiązania $z(t)$ dążą asymptotycznie do $x(t)$, zatem $z(t)$ "obserwuje" $x(t)$. Trzecim zagadnieniem jest konstrukcja obserwatora porzez transformację do postaci liniowej, przy użyciu zmiany skali czasu.

Czwarte zagadnienie jest poświęcone ograniczeniom wiążącym położenia i prędkości (zwanymi ograniczeniami nieholonomicznymi) i zależąym od prędkośści bądź liniowo, bądź kwadratowo. W pierwszym przypadku będziemy rozwiązywać problem sterowania optymalnego. W drugim przypadku zamierzamy zaproponować klasyfikację podstawowych ograniczeń (których forma nie zmienia się od punktu do punktu) i opiszemy ich symetrie, tzn. transformacje zachowujące ograniczenia. Będziemy również badać następujący problem: jeżeli układ płaski posiada rodzinę symetrii, to czy posiada płaskie wyjście niezmiennicze względem symetrii z rodziny?

Piąte ostatnie zagadnienie dotyczy nieliniowych układów sterowania z ograniczeniami danymi przez nieostre nierówności. Przeanalizujemy własności takich układów, w szczególności, kiedy i w jakim sensie są równoważne układom z ograniczeniami postaci $x_1 \geq 0, \ldots, x_n \geq 0$. Te ostanie są naturalne w zastosowaniach, gdy zmienne $x_i$ nie moga przybierać wartości ujemnych (własność często spotykana w modelach układów w ekonomii, biologii itp.).