

## ZASTOSOWANIE METOD ANALIZY STOCHASTYCZNEJ DO ZNAJDOWANIA GRANIC SKALOWANIA W PEWNYCH MODELACH FIZYKI MATEMATYCZNEJ

*(streszczenie popularnonaukowe projektu)*

Niniejszy projekt dotyczy pewnych problemów matematycznych wynikających z przejść od skal mikroskopowych do skal makroskopowych w opisie niektórych układów fizycznych. Dokładniej, nasze zainteresowania dotyczą w szczególności trzech przykładów. Pierwszy, to zagadnienie ścisłego wyprowadzenia makroskopowych praw rządzących zachowaniem układów termodynamicznych poprzez przejście graniczne w modelu mikroskopowym otrzymane po odpowiednim przeskalowaniu czasu i przestrzeni. W szczególności pragniemy badać model oddziaływujących oscylatorów, który jest klasycznym modelem rozchodzenia się ciepła używanym w mechanice statystycznej. Naszym celem jest znalezienie makroskopowego opisu ewolucji takich wielkości jak temperatura, ciśnienie czy też gęstość przez użycie ich mikroskopowych charakterystyk: mikroskopowej gęstości energii, momentu pędu czy też rozciągnięcia. Badania nasze dotyczyć będą stochastycznie zaburzonych wielowymiarowych kryształów harmonicznym, jak również prostych łańcuchów anharmonicznym, w których anharmoniczność dotyczy tylko potencjału wiążącego. Szczególnie interesować nas będą zagadnienia, takie jak powstawanie makroskopowych warunków brzegowych dla układów otwartych, tzn. będących w kontakcie z zewnętrznym ośrodkiem poprzez rezerwuary termiczne, lub zewnętrzną siłę działającą na system. Chcielibyśmy także zrozumieć, używając rygorystycznych argumentów matematycznych, jak praca wykonywana przez taką siłę zamieniana jest w energię cieplną.

Drugi problem dotyczy zagadnienia fluktuacji rozwiązania równania Kardara-Parisi-Zhanga (KPZ) oraz blisko z nim związanego problemu fluktuacji położenia końcowego losowego polimeru skierowanego. Równanie KPZ jest podstawowym modelem wzrostu losowej powierzchni w mechanice statystycznej. Badania dotyczące tego równania w wymiarze przestrzennym 1, z białym szumem czasowo-przestrzennym, osiągnęły znaczny postęp w ostatnim okresie. W szczególności, w przypadku równania KPZ na prostej rzeczywistej pokazano, iż przy skalowaniu 1:2:3, scentrowane rozwiązanie zbiega do obiektu granicznego, który należy do klasy uniwersalności Kardara-Parisi-Zhanga (KPZ). W serii naszych prac badaliśmy fluktuacje rozwiązań równania KPZ na torusie. Pokazaliśmy, iż fluktuacje te mają charakter gaussowski, jeśli rozmiar torusa jest ustalony. Jeśli rozmiar torusa rośnie z czasem, to zaobserwować można przejście do fluktuacji niegaussowskich, charakterystycznych dla klasy uniwersalności KPZ. Planujemy badać tą problematykę w niniejszym projekcie. Dodatkowym obiektem naszych badań byłoby, blisko związane z omawianym powyżej, zagadnienie fluktuacji ścieżek losowego polimeru skierowanego na cylindrze.

W ostatniej, trzeciej części naszego projektu rozpatrujemy model transportu w turbulentnym przepływie, tzw. *model pasywnego trasera*. Jest to jeden z najpopularniejszych używanych modeli transportu substancji w hydrodynamice statystycznej. Został on sformułowany w latach 20-tych zeszłego stulecia, w trakcie badań nad turbulentną dyfuzją, przez G. I. Taylora. Służy on między innymi jako wspomniany już model turbulentnego transportu substancji, na przykład przez prądy oceaniczne. Używany jest także w opisie mieszania składników pokarmowych w oceanach. Jest on także stosowany w naukach o środowisku i geofizyce w opisie adwekcji i dyspersji zanieczyszczeń w atmosferze oraz reakcji chemicznych w przepływach. We wspomnianym powyżej modelu, ruch cząstki trasera opisany jest przez dyfuzję z dryfem zadany przez losowe pole wektorowe. Podstawowym problemem jest opis własności statystycznych trasera przy pomocy znanych charakterystyk pola losowego. Szczególnym obiektem naszego zainteresowania jest zagadnienie centralnego twierdzenia granicznego dla trajektorii trasera. Przypadek dryfu nieściśliwego jest już dość dobrze zrozumiany. Planujemy badanie problemu w przypadku gaussowskich dryfów o *ściśliwych realizacjach*.