

Ranga tensorowa oraz jej zastosowania do tensorów sygnaturowych ścieżek

Francesco Galuppi - Uniwersytet Warszawski

Tensorami nazywamy wielowymiarowe tablice liczb. Mimo, że wyglądają one na proste obiekty, są użyteczne w wielu dziedzinach nauki. Mogą one zawierać wynik eksperymentu chemicznego lub kodować złożoność algorytmu. Statystycy używają tensorów (zwanymi momentami oraz kumulantami) do badania zmiennych losowych. Lista zastosowań tensorów jest bardzo długa.

Ranga tensora to liczba, która mierzy jak wiele informacji jest zakodowanych w tensorze. W tym projekcie badamy rangę tensorów z punktu widzenia geometrii algebraicznej. Dla każdej liczby naturalnej r rozważamy rozmaitość parametryzującą tensory rangi co najwyżej r . W ogólnym przypadku jest bardzo trudno obliczyć jej geometryczne własności, takie jak wymiar. Istnieje hipoteza podająca wymiar tych rozmaitości. Planuję dowieść, że hipoteza ta jest prawdziwa dla ważnej klasy tensorów, zwanych częściowo symetrycznymi tensorami.

Druga część mojego projektu dotyczy konkretnego zastosowania tensorów. Każdej ścieżce X można przyporządkować ciąg tensorów kodujących własności X . Tensory te zwane są sygnaturami X . Niedawno dowiodłem, że jeśli ścieżka jest bardzo prosta: jeśli jest ona odcinkiem, to również jej sygnatury są bardzo proste, mianowicie mają wszystkie rangę jeden. Drugim celem projektu jest uogólnienie tego wyniku i pokazanie, że bardziej skomplikowane ścieżki, wielomianowe lub kawałkami liniowe, również mogą być scharakteryzowane przez warunki na rangi ich sygnatur.