RESETOWANIE: PROCESY LÉVY'EGO, BŁĄDZENIA LOSOWE, GAŁĄZKOWE BŁĄDZENIA LOSOWE I ICH FUNKCJONAŁY

W ramach tego projektu planujemy analizę procesu stochastycznego X_t z resetowaniem, który ewoluuje jako proces Markowa Y_t pomiędzy momentami T_n procesu odnowy niezależnego od procesu Y_t. W tych momentach czasu T_n jest stosowany tzw. mechanizm resetujący. Najczęstszym wyborem jest proces Poissona N_t modelujący momenty resetowania i mechanizm resetujący polegający na pomnożeniu pozycji przed resetowaniem przez stałą. Specjalny przypadek stałej zerowej odpowiada tzw. całkowitemu resetowaniu, które przesuwa położenie procesu stochastycznego do zera. W projekcie planujemy rozważać także błądzenia losowe z resetowaniem, które zachowują się jak zwykłe błądzenie losowe z dodatkowym mechanizmem resetującym wykonywanym w momentach T_n procesu odnowy. W tym przypadku zwykle będziemy zakładać, że czas pomiędzy kolejnymi momentami resetującymi mają rozkład geometryczny. Podobnie planujemy rozważać gałązkowe błądzenia losowe z resetowaniem i uogólnieny proces Ornsteina-Uhlenbecka.

Resetowanie stochastyczne jest powszechne w przyrodzie i systemach rzeczywistych. Występuje w wielu modelach pojawiających się w m.in biologii, fizyce, naukach aktuarialnych, teorii kolejek, matematyce finansowej, zastosowaniach inżynieryjnych itp. Na przykład proces ten jest wykorzystywany w algorytmie AIMD do modelowania protokołu transmisji danych, dominującego protokołu przesyłania danych w Internecie. Temat resetowania znalazł się ostatnio w centrum uwagi z powodu losowych strategii wyszukiwania, gdy wcześniejsze informacje o lokalizacji celu nie są dostępne. Resetowanie pojawia się także w granicznych modelach kolejowych z tzw. katastrofami używanymi w modelowaniu populacyjnym. Takie procesy są też używane w modelowaniu trzęsień ziemi i kiedy bada się warstwy materiału osadowego zgromadzone w systemach depozycyjnych. Mechazm resetowania jest też sosowany w modelowaniu lawin lub zachowań neuronów. Inne zastosowania resetowania stochastycznego zostały również uwzględnione w kontekście polimerazy RNA, zmienności enzymatycznej, termodynamiki i mechaniki kwantowej. Ponadto potwierdzono realizację resetowania stochastycznego w pęsetach optycznych i w modelowaniu tzw. mikroubezpieczeń popularnych w słabo rozwiniętych ekonomicznie strefach.

W ramach tego projektu zamierzamy studiować następujące silnie ze sobą związane tematy:

- Procesy Lévy'ego i błądzenia losowe z resetowaniem: nierównowagowe stany stacjonarne, czasowo-przestrzenna asymptotyka prawdopodobieństwa przejścia i problemy wyjścia;
- Gałązkowe błądzenia losowe w losowym środowisku z resetowaniem: rozmiar populacji i zasięg błądzenia;
- Wpływ ciężko-ogonowego środowiska na proces gałązkowy z resetowaniem;
- Uporczywość procesu Lévy'ego i błądzenia losowego z resetowaniem oraz uporczywość ich średnich próbkowych;
- Granica Yagloma dla procesu z resetowaniem;
- Uporczywość scałkowanego ruchu Browna i scałkowanego błądzenia losowego z resetowaniem dla dodatniej półprostej;
- Uogólniony proces Ornsteina-Uhlenbecka: nierównowagowe stany stacjonarne, wykładniczy funkcjonał, czasowo-przestrzenna asymptotyka prawdopodobieństwa przejścia i problemy wyjścia.

Analiza rozkładów i wszelkiego rodzaju własności ewolucji Markowa jest bardzo aktywnym, obszarem badań współczesnej teorii prawdopodobieństwa. Bogactwo i aktualność otwartych problemów, wynikające z pytań o zarówno charakterze teoretycznym jak i praktycznym, stymuluje rozwój teorii procesów stochastycznych, teorii potencjału i różnorodnych zastosowań. Istnieje również wiele głębokich powiązań z innymi dziedzinami matematyki. Projekt ten będzie pierwszą próbą stworzenia jednolitej teorii procesów z proporcjonalnym resetowaniem. Zagadnienia związane z nierównowagowymi stanami stacjonarnymi, czasami wyjścia, tzw. uporczywością procesu, zasięgiem błądzeń gałązkowych, rozkładami quasi-stacjonarnymi itp. postawione w tym projekcie znajdują się w centrum zainteresowania wielu badaczy ze względu na ich znaczenie dla zastosowań i innych pytań ściśle teoretycznych.