

Pytanie, czy twierdzenia matematyki można potraktować dosłownie jako zdania prawdziwe stanowiło od początku istnienia filozofii jedną z najbardziej kłopotliwych zagadek. Natura matematyki wydaje się przeczyć większości intuicji na temat rzeczywistości, którymi kierujemy się w nauce. Prawdy matematyczne poznajemy, jak się zdaje, nie gromadząc żadnych danych empirycznych; jesteśmy w stanie ustalić ich prawdziwość z pewnością; raz ustalone nie podlegają weryfikacji; obowiązują wiecznie, odwiecznie i bezwarunkowo. Wiele stanowisk antynaturalistycznych w historii filozofii, jako jedną z naczelnych motywacji i argumentów przedstawiała właśnie istnienie prawd matematycznych.

Jednym z uformowanych historycznie wyjaśnień zagadkowej natury matematyki, jest pogląd, że twierdzenia matematyki stanowią w istocie zdania ogólne. Jesteśmy faktycznie w stanie jednoznacznie zdefiniować „strukturę” liczb naturalnych posługując się wyłącznie zdaniami, które mówią o jakimś zbiorze obiektów i jego podzbiorach. Posługując się tą definicją, możemy np. przetłumaczyć zdanie „każda liczba parzysta jest sumą dwóch liczb pierwszych” na zdanie „w dowolnej strukturze, która (w precyzyjnie zdefiniowanym sensie) *wygląda jak* liczby naturalne, jeśli weźmiemy jedyne operacje, które (ponownie w konkretnym sensie) zachowują się, jak dodawanie i mnożenie, każdy obiekt, który *wygląda jak* liczba parzysta, jest efektem *jakby-dodawania* dwóch obiektów, które *zachowują się*, jak liczby pierwsze.

Dzięki takiemu tłumaczeniu, możemy wytłumaczyć status zdań matematycznych nie postulując istnienia obiektów abstrakcyjnych zachowujących się radykalnie inaczej od przedmiotów znanych naukom przyrodniczym. W przedstawianym ujęciu twierdzenia matematyki mówiłyby po prostu, dosłownie, o wszystkim.

Choć rozwiązanie to wydaje się filozofom atrakcyjne, to szczegóły definicji, co to znaczy, że jakieś obiekty *zachowują się*, jak liczby naturalne, budzą już gigantyczne problemy filozoficzne. Aby precyzyjnie wypowiedzieć te szczegóły, musielibyśmy posłużyć się logiką drugiego rzędu, która pozwala mówić, że jakaś własność zachodzi dla dowolnego „zbioru”, czy „grupy” obiektów, o których mowa.

Okazuje się jednak, że tpo, które konkretnie zdania są prawdami logiki drugiego rzędu, zależy od przyjętych aksjomatów dotyczących teorii zbiorów, która służy też za ogólny układ aksjomatów całej matematyki. Wydaje się więc, że udało nam się opisać zdania matematyki, jako zdania o wszystkim naraz tylko przy założeniu, że istnieją obiektywnie prawdziwe aksjomaty opisujące pojęcie zbioru. Wydaje się więc, że niestety nasza redukcja nie przyniosła żadnej korzyści – wciąż ostatecznie musimy odwołać się do obiektywnych prawd na temat abstrakcyjnych bytów, tyle tylko, że teraz tymi bytami są zbiory, a nie liczby, czy operatory.

Tymczasem jednak istnieje rodzina twierzeń logiki matematycznej głosząca, że duża i ważna grupa zdań logiki drugiego rzędu jest jednak w pewnej mierze niezależna od kształtu uniwersum teorii mnogości. Istnieją pewne aksjomaty, które stanowią bardzo naturalne rozszerzenie obecnie przyjmowanej aksjomatyki zbiorów, a których przyjęcie implikuje, że duży zakres zdań logiki drugiego rzędu są jednak prawdziwe w „absolutny” sposób. Mimo, że opisane zjawisko stanowi ważny nurt badań logiki, to nie doczekało się jednak do tej pory systematycznej analizy filozoficznej, która pozwoliłaby wywnioskować, czy opisane zjawiska pozwalają jednak przyjąć, że istnieje obiektywny opis *struktur* matematycznych, który nie wymagałby postulowania *bytów* matematycznych. W moim projekcie zamierzam zapewnić taką właśnie analizę.