

STRUKTURY GEOMETRYCZNE TENSORÓW OPIS POPULARNONAUKOWY

JOACHIM JELISIEJEW, MIM UW

Słowo tensor pojawia się często w najnowszych technologiach, zwłaszcza tych związanych z głębokim uczeniem, dużymi modelami językowymi itd.: istnieje biblioteka *Tensorflow* w języku python, procesory Tensor od Google, itd. To wszystko za przyczyną *tensorowego* formatu danych w algorytmach uczenia maszynowego. Prócz tego, tensory są używane w przetwarzaniu sygnałów, rozpoznawaniu obrazów i innych zastosowaniach. Odpowiednio do tego, są one również centralnym elementem bardziej teoretycznych aspektów informatyki, takich jak asymptotyczna złożoność wielu algorytmów z algebry liniowej takich jak mnożenie macierzy, odwracanie macierzy, obliczanie wyznacznika itd.

Tensor jest uogólnieniem macierzy. Macierz to tablica liczb zespolonych $[a_{ij}]$, gdzie i, j są indeksami, np. $0 \leq i, j \leq 2023$. Tensor rzędu trzy jest trójwymiarowym analogiem macierzy, tzn. jest sześcienną tablicą liczb zespolonych $[a_{ijk}]$, gdzie i, j, k są indeksami. Dzięki algebrze liniowej macierze są dobrze zbadane (a nawet uważane za trywialny obiekt badań). Jednak wbrew naiwnemu oczekiwaniu, przypadek tensorów jest dramatycznie bardziej skomplikowany¹. Przykładowo, obliczanie rangi czy rangi brzegowej tensora to NP-trudne problemy, niemożliwe do rozwiązania w ogólności. Mimo to, obliczanie rangi brzegowej pewnych szczególnych tensorów jest i będzie obiektem intensywnych badań, bo wiele problemów badawczych można efektywnie przeformułować w tym języku.

W tym projekcie używamy technik geometrycznych by poradzić sobie z problemem dużej przestrzeni parametrów tensorów; głównym celem jest zbudowanie lepszych geometrycznych reprezentacji pewnych tensorów, które pozwolą na efektywniejsze ich badanie. Jest to nieco podobne do techniki transformerów w głębokim uczeniu, lecz jest bardziej teoretyczne i głębsze.

¹By zrozumieć dlaczego, Czytelnik może pomyśleć o symetrycznych macierzach, które odpowiadają formom kwadratowym i są sklasyfikowane przez rangę. W tej analogii, symetryczne tensory odpowiadają formom stopnia trzy, które są dalekie od bycia sklasyfikowanymi.