

# Łączenie kropek: analiza centralności z perspektywy teorii gier i teorii wyboru społecznego

## Popularnonaukowe Streszczenie Projektu

Oskar Skibski

Czasem ludzie używają tego samego słowa do opisu zupełnie różnych rzeczy. Czasem jednak używają różnych słów, aby opisać to samo. W naszym projekcie skupimy się na zagadnieniu oceny elementów w złożonych systemach. Zagadnienie to, pod różnymi nazwami, badane było zarówno w teorii sieci, teorii gier jak i teorii wyboru społecznego. Celem naszego projektu jest odkrycie nowych, niezbadanych połączeń między tymi dziedzinami.

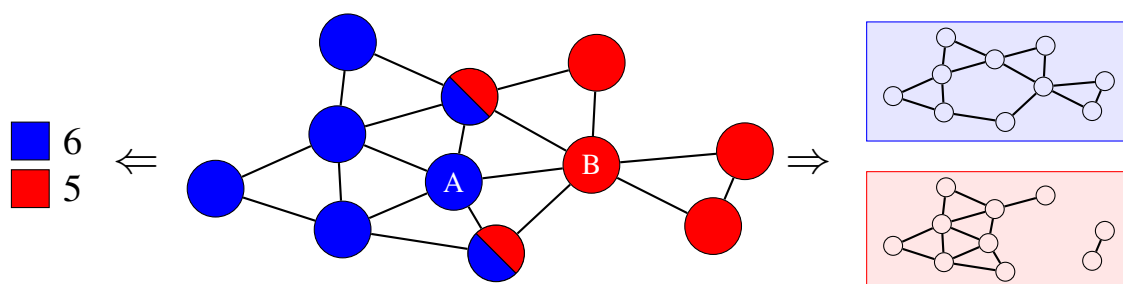
W teorii sieci funkcje, które oceniają istotność elementów nazywane są *miarami centralności*. Miary centralności mają wiele różnorodnych zastosowań, używa się ich np. do badania sieci neuronów w mózgu, sieci WWW, sieci przepływów finansowych czy też sieci kryminalnych. Mnogość zastosowań doprowadziła w ostatnich 20 latach do mnogości nowych miar, których celem było lepsze dopasowanie do konkretnego typu sieci. Więcej nie zawsze znaczy jednak lepiej. Aktualnie, jeżeli chcemy znaleźć najważniejszy element w konkretnej sieci, miarę której do tego użyjemy, musimy wybrać spośród setek różnych definicji.

Dlatego też w ostatnich latach zintensyfikowane zostały działania, aby uporządkować przestrzeń miar centralności. Za kluczową kwestię uznawane jest dobre zrozumienie różnic i podobieństw pomiędzy miarami centralności. W tym celu używa się zwykle *podjęcia aksjomatycznego*, które polega na proponowaniu prostych własności, nazywanych *aksjomatami*, i badaniu, które miary centralności je spełniają. Jeżeli miara spełnia własności, które są pożądane w naszym zastosowaniu, to tej miary powinniśmy użyć.

Zagadnienie oceny elementów w złożonych systemach nie jest jednak nowe, a podejście aksjomatyczne stosowane było do niego od lat. W teorii gier koalicyjnych już w roku 1953 Lloyd Shapley przy użyciu aksjomatów zaproponował metodę, nazywaną obecnie *wartością Shapleya*, która ocenia istotność konkretnych graczy w grze koalicyjnej. Jeszcze starszym przykładem jest teoria wyboru społecznego, gdzie reguły wyborcze wskazujące zwycięzcę lub zwyciężski komitet opierają się najczęściej na ocenie pojedynczych kandydatów w oparciu o preferencje wyborców. W każdej z tych dziedzin struktura informacji o elementach jest inna. Czy nie kryją one jednak w sobie podobnych koncepcji i idei?

Celem naszego projektu jest zbadanie miar centralności z perspektywy teorii wyboru społecznego i teorii gier koalicyjnych. Nasz projekt znacząco pogłębi zrozumienie miar centralności i zbuduje teoretyczny fundament do ich właściwego stosowania. Zbudujemy mosty pomiędzy teorią sieci a teorią gier i teorią wyboru społecznego, które będą korzystne dla wszystkich trzech dyscyplin.

Nasz projekt oprzemy na naszych najnowszych pracach, które pokazują związki między teorią sieci a wyborami i grami koalicyjnymi. Ich ilustracja znajduje się na Rysunku 1.



Rysunek 1: Kto jest ważniejszy – A czy B? Głosujmy! Każdy wierzchołek głosuje na bliższy z tych dwóch wierzchołków. Okazuje się, że zwycięzca takiego głosowania jest taki sam jak wierzchołek z wyższą centralnością bliskości. Alternatywnie możemy spojrzeć na wkład marginalny wierzchołka do grafu, czyli porównać grafy bez tych wierzchołków. Okazuje się, że indeksy vitalności działające w ten sposób, są równoważne teoriiogrowym miarom centralności, a konkretniej wartości Shapleya dla pewnej gry, w której to wierzchołki są graczami.