

## STRESZCZENIE

Minione dekady badań nad matematycznymi podstawami mechaniki cieczy skupiły się na dwóch czołowych układach równań różniczkowych cząstkowych - układzie Eulera i układzie Naviera-Stokesa. To równania, które próbują w uproszczony sposób opisać zjawiska przepływu cieczy. W przypadku przepływów w prostych geometrycznie obszarach, bądź cieczy o dość wyidealizowanych własnościach program ten faktycznie ma szansę na duże powodzenie. Jednak stawiając czoła sytuacjom ze świata rzeczywistego opis ten jest po prostu niewystarczający. Za niesatysfakcjonującym opisem fizycznym podążają negatywne rezultaty matematyczne, które tak niedawno zaskoczyły społeczność naukową. Początkowo nowatorsko zastosowane metody wypukłego całkowania wskazały na złe postawienie problemu dla nieściśliwego równania Eulera - pokazały istnienie nieskończonej ilości rozwiązań o niskiej regularności, posiadających własność produkowania energii. Bez wątplenia można to zjawisko nazwać matematycznym perpetuum mobile. W kolejnych latach metody te zostały rozwinięte dla układu Naviera-Stokesa.

Najważniejszą rolę modeli zjawisk fizycznych jest to, że mają służyć predykcji rzeczywistości. Weryfikacja tej jego kluczowej roli nie zawsze jest łatwa. Z pomocą potrafi przyjść tutaj analiza matematyczna rozwiązań, która może wskazać, jak w wyżej opisanym przypadku, na patologiczne zachowania rozwiązań. Odnajduje nieoczekiwane własności rozwiązań, które nigdy nie zostałyby zaobserwowane w zachodzącym zjawisku fizycznym. Takie wyniki matematyczne to czerwone światło dla modelu - sygnał, że przynajmniej dla pewnego zakresu parametrów rozwiązania mogą być dalekie od opisywanej rzeczywistości. A zaznaczyć należy, że zwłaszcza w przypadku modeli nieliniowych ryzyko takich sytuacji jest istotnie większe.

Dlatego badania zaplanowane w niniejszym projekcie wyjdą poza tradycyjne ramy. Sięgnijemy po układy równań o większej złożoności. Uwzględnimy wpływ takich czynników jak pole elektryczne, efekty kapilarne, efekt wirowości płynu, zachowanie zbiorowe osobników, przejścia fazowe, czy istotną wewnętrzną strukturę cieczy. Rozwijane będą metody, które znajdują obecnie wysokie uznanie w środowisku badającym problemy mechaniki cieczy. Z uwagi na złożony charakter równań, częstym wyzwaniem są nietrywialne nieliniowości w układach równań. To one potrafią zaważyć na tym, że standardowe metody zwartościowe nie są w stanie pomóc w przejściach granicznych.

Jednym z najbardziej podstawowych pytań w fizyce matematycznej i biologii jest problem powiązania różnych modeli, zwykle opisujących to samo zjawisko, ale w różnych skalach. Pytanie to wywodzi się z szóstego problemu Hilberta, a mianowicie: rygorystycznego przejścia z równania Boltzmann'a opisującego materię na poziomie cząstek do rozwiązań równań Eulera opisujących oczywiście dynamikę gazu ściśliwego na poziomie makroskopowym. W ostatnich latach na problem Hilberta patrzy się w sposób szerszy. Został on powiązany z kilkoma różnymi równaniami, motywując do nowych przełomowych kroków w analizie nieliniowej.

Również, jednym z kluczowych celów tego projektu jest znalezienie ścisłych relacji między różnymi modelami i zauważenie zależności między ich rozwiązaniami. A w szczególności dostrzeżenie, że modele procesów biologicznych ideologicznie bardzo blisko są modeli mechaniki cieczy.