

## Streszczenie popularnonaukowe

W niniejszym projekcie zajmujemy się rozwiązaniami równań z operatorami całkowo-różniczkowymi  $L$  na zbiorze otwartym  $U$ , który powstał poprzez usunięcie punktu  $x_0$  z danej dziedziny  $D$  (tzw. osobliwość izolowana). Załóżmy, że mamy rozwiązanie  $f$  równania w takim zbiorze. Głównym zadaniem projektu jest ustalenie możliwych zachowań rozwiązań wokół usuniętego punktu  $x_0$ . Problemy tego typu powstają naturalnie w wielu zagadnieniach fizycznych i geometrycznych.

Przy założeniu, że  $L$  jest operatorem Laplace'a, problem, który badamy w projekcie, jest klasyczny w matematyce. Studiowali go tak znakomici matematycy jak P. L. Lions, H. Brezis, L. Caffarelli, L. Nirenberg, J. Serrin, D. Gilbarg. W 2008 r. w jednej ze swoich prac (ze współautorami) L. Nirenberg napisał, że *zrozumienie zachowania rozwiązań równań różniczkowych cząstkowych w pobliżu izolowanych osobliwości ma podstawowe znaczenie w badaniu równań różniczkowych cząstkowych*.

Współczesne zastosowania matematyki wymagają stosowania tzw. operatorów nielokalnych w wielu zagadnieniach, które do tej pory były rozważane tylko dla operatorów lokalnych. Operatory nielokalne modelują zjawiska, w których dynamika w danym punkcie zależy od zachowania obiektów w punktach odległych. Z matematycznego punktu widzenia specyfika operatora nielokalnego polega na tym, że jego wartość na funkcji  $u$  w dowolnym punkcie zależy od wartości  $u$  na całej przestrzeni. Tego typu operatory są od dawna badane w fizyce kwantowej. Jednak rosnące od dwóch dekad zainteresowanie operatorami nielokalnymi wynika z faktu, że w dużej części modeli fizycznych, biologicznych, chemicznych i matematyki finansowej zastępowanie operatorów klasycznych operatorami nielokalnymi w powiązanych z nimi równaniach różniczkowych prowadzi do rozwiązań, które lepiej opisują badane zjawiska (obecnie jest to poparte licznymi publikacjami naukowymi).

W projekcie będziemy się zajmować równaniami z osobliwościami izolowanymi przy dynamice zadanej przez klasę operatorów całkowo-różniczkowych typu Feller'a. Planujemy dowieść szeregu twierdzeń, które pozwolą nam powiedzieć coś o istnieniu lub usuwalności osobliwości, o tempie eksplozji rozwiązań wokół osobliwości izolowanej, o zasadzie maksimum dla podrozwiązań oraz o istnieniu rozwiązań z zadanymi osobliwościami. Cel projektu jest jednak dwojaki. Po pierwsze, chcemy rozwiązać problemy sformułowane powyżej, ale po drugie, chcemy zaproponować nowe podejście do wyżej wymienionych zagadnień poprzez zastosowanie analizy stochastycznej i probabilistycznej teorii potencjału. Wierzimy, że takie podejście przyniesie nowe wyniki w teorii osobliwości izolowanych nawet w przypadku klasycznych operatorów.