Teoria modeli jest działem logiki matematycznej zajmujący się badaniem struktur, które są *modelami* ustalonej *teorii*. W ramach tego projektu badawczego zamierzamy zbadać w teoriomodelowym duchu klasę klasycznych obiektów matematycznych, mianowicie *ciał z operatorami*.

Ciało to pewien obiekt algebraiczny (z działaniami dodawania i mnożenia) taki jak liczby wymierne, rzeczywiste albo funkcje wymierne. *Operator* to przekształcenie ciała w siebie, które spełnia pewne zależności. Przykładem operatora może być automorfizm ciała (czyli przekształcenie ciała w siebie które zachowuje jego strukturę algebraiczną) albo różniczkowanie na ciele funkcji wymiernych. Tego typu struktury pojawiają się nieustannie w matematyce, szczególnie w zastosowaniach teorii modeli do algebry i teorii liczb, co widać w następującym przykładzie:

W teorii liczb rozważa się często równania diofantyczne, tj. równania, których rozwiązań szukamy w zbiorze liczb całkowitych bądź wymiernych. Takie równania można zinterpretować jako szukanie odpowiednich punktów wymiernych na jakimś obiekcie geometrycznym np. krzywej eliptycznej (co ma duże znaczenie w kryptografii) albo ogólniej na rozmaitości abelowej. Tu do akcji wkraczają ciała z operatorami: w pewnych sytuacjach zbiór szukanych punktów wymiernych jest zawarty w zbiorze rozwiązań (w odpowiednim abstrakcyjnym ciele różniczkowym) pewnego abstrakcyjnego równania różniczkowego związanego z danym obiektem geometrycznym. Dobre zrozumienie ciał z operatorami pozwala wiele powiedzieć o punktach wymiernych, a w konsekwencji o rozwiązaniach wyjściowego równania diofantycznego. Właśnie to dobre zrozumienie bardzo ogólnej klasy ciał z operatorami jest celem projektu badawczego.

Jednym z zadań, które sobie stawiamy, jest sformułowanie ogólnego kontekstu do rozważania *iteratywnych* operatorów, który unifikowałbym i rozszerzał wiele istniejących teorii. Przymiotnik *iteratywny* znaczy tyle, że rozważamy operatory, które wchodzą w interakcje ustalonego typu gdy je wielokrotnie składamy ze sobą, czyli iterujemy. Do sformułowania tego ogólnego kontekstu zamierzamy wykorzystać pojęcie pochodzące z teorii kategorii i obecne również w informatyce (np. w programowaniu funkcyjnym) - pojęcie *komonady*.

Poza tym chcemy zbadać też pewne konkretne ciała z wolnymi (tj. nieiteratywnymi) oraz iteratywnymi operatorami, np. różniczkowania *skręcone przez automorfizm*. Jednym z podstawowych pytań, na które chcemy odpowiedzieć jest istnienie *modelowego towarzysza* teorii takiego rodzaju ciał. Innymi słowy, pytamy się czy możemy zaksjomatyzować klasę wszystkich „dużych" ciał z tej rodziny, gdzie „duży" znaczy tyle, że wszystkie niesprzeczne układy równań mają w tym ciele rozwiązanie. Istnienie modelowego towarzysza jest podstawowym pytaniem w teorii modeli i pierwszym krokiem w wielu jest zastosowaniach do algebry czy teorii liczb.