

Przedstawiany projekt dotyczy układów dynamicznych. Ta dziedzina matematyki, motywowana zagadnieniami fizyki, rozwija się od przełomu XIX i XX wieku. Motywacje fizyczne pochodzą głównie z dwóch grup zagadnień: równań różniczkowych zwyczajnych opisujących ruch wielu ciał pod wpływem grawitacji oraz z fizyki statystycznej, zajmującej się układami wielu oddziałujących ciał. Wspólną cechą tych motywujących zagadnień jest trudność podania ścisłego rozwiązania przez proste wzory. Dlatego wprowadzono jakościowe i probabilistyczne (czyli: pochodzące z teorii prawdopodobieństwa) metody opisu takich zagadnień.

Klasyczna teoria układów dynamicznych bada ewolucję układu, opisanego regułami deterministycznymi, to znaczy- stan układu w kolejnych chwilach zależy od stanu w poprzednich chwilach i jest opisywany przez niezmiennie w czasie reguły.

W języku matematyki- mówimy że mamy do czynienia z wielokrotnym składaniem tego samego przekształcenia. Czas jest dyskretny- kolejne zaaplikowanie przekształcenia odbywa się w kolejnych „sekundach”.

Rozważa się też układy nieautonomiczne, czyli takie, w których dalej składamy przekształcenia, ale zastosowane przekształcenie (reguła zmienności układu) zależy od momentu, w którym dokonujemy transformacji układu.

Wreszcie- mamy układy losowe, to znaczy takie, w których też składamy przekształcenia, ale w kolejnych krokach wybieramy je losowo (czyli- losujemy z jakiejś dostępnej kolekcji przekształceń).

Obecny projekt dotyczy układów dynamicznych na płaszczyźnie, na prostej, okręgu lub na bardziej skomplikowanych przestrzeniach metrycznych, w tym- tak zwanych zespolonych przestrzeniach rzutowych. Rozpatrujemy zarówno układy autonomiczne jak i losowe.

Jednym z naszych celów jest zbadanie geometrycznych własności pewnych skomplikowanych zbiorów niezmienniczych i innych zbiorów, które pojawiają się w naturalny sposób przy badaniu takich układów.

W szczególności, w badaniu holomorficznych układów dynamicznych - to znaczy przy badaniu wielokrotnego składania tego samego przekształcenia holomorficznego na płaszczyźnie pojawia się domknięty zbiór niezmienniczy o bardzo skomplikowanej geometrii- tak zwany zbiór Julii. Innym przykładem takiego skomplikowanego podzbioru opisywanego przez iteracje przekształceń holomorficznych jest tzw continuum nierozkładalne. Ciekawe jest że do badania geometrycznych własności takich zbiorów trzeba użyć zaawansowanych metod różnych dziedzin matematyki, między innymi - analizy funkcjonalnej i rachunku prawdopodobieństwa.

Badamy też kilka klas układów nieautonomicznych i losowych, w tym- układy w których losowo wybieramy przekształcenie okręgu lub koła i badamy rodzaj błędzenia losowego wyznaczonego przez tę procedurę. Szukamy miar niezmienniczych dla tych błędzeń i badamy ich własności.

Pytania, które stawiamy w tym projekcie są przedmiotem zainteresowania wielu matematyków. Spodziewamy się że odpowiedzi na postawione pytania będą ciekawe i stymulujące dla badaczy zajmujących się podobną tematyką.