

RÓŻNE RODZAJE ZBIEŻNOŚCI W RÓWNANIACH RÓŻNICZKOWYCH CZĄSTKOWYCH

W równaniach różniczkowych cząstkowych często jesteśmy zainteresowani badaniem granic między dwoma różnymi (w założeniach, w postaci lub w obu) układami. Podczas rozważania granic singularnych, możemy zadać sobie pytanie, jakie informacje są przekazywane przy przejściu granicznym między układami. Punktowe, jednostajne, silne, słabe granice przekazują różne własności funkcji granicznej danego ciągu. Z tego powodu ważne jest ustalanie, z jakim typem zbieżności mamy do czynienia. Podobnie pytanie o stabilność układu jest jednym z najbardziej klasycznych i najważniejszych w równaniach różniczkowych cząstkowych; próbuje ono dać odpowiedź na jeden z aspektów poprawnego postawienia równania różniczkowego: czy jeśli rozważę granicę ciągu rozwiązań, to dalej otrzymam rozwiązanie? Chcielibyśmy rozszerzyć tę długą linię rozważań i odpowiedzieć na pytania związane z problemami pojawiającymi się w mechanice płynów. W szczególności jesteśmy zainteresowani równaniami Eulera w dwuwymiarowej, ograniczonej dziedzinie oraz lepkosprężystymi, przewodzącymi ciepło płynami (model Giesekusa lub bardziej ogólny).

Równania Eulera w dwóch wymiarach były uważnie badane przez wiele lat, ale główna gałąź dotyczyła dziedzin okresowych lub całej przestrzeni \mathbb{R}^2 . Jest to spowodowane tym, że warunki brzegowe dla prędkości płynu nie dają informacji o warunkach brzegowych jego wirowości (wirowość jest wartością opisującą jak bardzo płyn się "kręci"). Chcielibyśmy rozszerzyć aktualny stan nauki na w tym momencie niezbyt dobrze zbadany teren. Naszym celem jest rozwinięcie idei z ostatnich artykułów Lopesa, Seisa, Wiedemanna oraz Constantina i Vicola, poprzez zbadanie nielepkiej granicy rozwiązań równań Naviera-Stokesa w dwuwymiarowej, ograniczonej dziedzinie i dla nieograniczonej wirowości. Waga tych badań jest uzasadniona prostym faktem — w realnym świecie przepływ płynu jest często ograniczony fizycznym granicami, a częstotliwość jego "kręcenia" może stać się nieograniczona.

Podobnie teoria lepkosprężystych płynów ma długą historię. Pierwszy model został opisany przez Burgersa w 1939 roku (który może być postrzegany jako mieszanina dwóch płynów nienewtonowskich), jednak dopiero niedawno naukowcom udało się zorganizować hierarchię uogólnień jego klasycznego modelu; ich analiza stała się o wiele łatwiejsza. Znaczenie powyższych rozważań ujawnia się w ogromnej różnorodności substancji, które opisują. Typowymi przykładami materiałów, których zachowanie rządzone jest modelami powyżej, są geomateriały takie jak asfalt, biomateriały przykładu ciała szklatego w oku oraz syntetyczne gumy. Chcielibyśmy zbadać zachowanie tak zwanych słabych rozwiązań kilka takich uogólnień. Zasadniczo słabe rozwiązania spełniają pewne równanie całkowe zamiast różniczkowego, a więc nie muszą mieć dużej regularności. Wspomniana własność pomaga przy rozważaniu mieszanin, którymi są płyny lepkosprężyste. Jesteśmy głównie zainteresowani zagadnieniem poprawnego postawienia równań: istnieniem słabych rozwiązań i ich stabilnością, ale nie chcemy ograniczać się w naszych badaniach tylko do tych dwóch problemów.