

Teoria eliptycznych równań różniczkowych cząstkowych jest bogatą i dobrze poznaną teorią matematyczną. Zagadnienia brzegowe dla klasycznych eliptycznych równań różniczkowych mają wiele zastosowań np. w elektrostatyce, mechanice ośrodków ciągłych, hydrodynamice, teorii dyfuzji, teorii optymalnego transportu, optyce geometrycznej czy nierównowagowej fizyce statystycznej.

W ciągu ostatnich 25 lat nielocalne równania dla ułamkowego laplasjanu i innych nielokalnych operatorów były intensywnie badane przez probabilistów i matematyków zajmujących się równaniami różniczkowymi. Teoria równań nielokalnych ma zastosowania w świecie rzeczywistym, np. w mechanice kwantowej, rozpoznawaniu obrazów, mechanice statystycznej, meteorologii i finansach.

Ostatnio dużym zainteresowaniem cieszą się nielocalne, anizotropowe operatory eliptyczne. Operatory te pojawiają się w naturalny sposób jako generatory rozwiązań stochastycznych równań różniczkowych z szumem będącym skokowym procesem Lévy'ego w  $R^d$  z niezależnymi składowymi. Zastosowania takich równań stochastycznych w mechanice statystycznej, mechanice płynów i finansach są bardzo dobrze opisane w książce S. Peszata i J. Zabczyka "Stochastic partial differential equations with Lévy noise".

Celem naszego projektu badawczego jest zbadanie istnienia, jednoznaczności i własności rozwiązań dla zagadnień brzegowych dla nielokalnych anizotropowych równań eliptycznych na obszarach w  $R^d$ . W szczególności interesują nas oszacowania rozwiązań powyższych zagadnień brzegowych, oraz oszacowania pochodnych tych rozwiązań. Planujemy zbadać jądra ciepła Dirichleta, funkcje Greena i jądra Poissona dla nielokalnych anizotropowych operatorów eliptycznych na różnych obszarach w  $R^d$ . Planujemy również badać równanie Schrödingera oparte na pewnym relatywistycznym hamiltonianie z tzw. „confining potential”. Ten relatywistyczny hamiltonian jest przykładem nielokalnego anizotropowego operatora eliptycznego. Hamiltonian taki pojawia się w książce Lieba i Seiringer "The stability of matter in quantum mechanics".

W ostatnich latach badaliśmy własności rozwiązań stochastycznych równań różniczkowych z szumem będącym skokowym procesem Lévy'ego w  $R^d$  z niezależnymi składowymi. Otrzymane wyniki pomogą w badaniu zagadnień brzegowych dla nielokalnych anizotropowych równań eliptycznych w obszarach w  $R^d$ . Z naszych wcześniejszych rezultatów wynika, że ze względu na anizotropowość operatorów (dla pewnych wyborów współczynników) odpowiadające im jądra ciepła mają pewne nieoczekiwane cechy, które nie występują w teorii klasycznej. Spodziewamy się, że podobny efekt może zachodzić dla niektórych jąder ciepła Dirichleta dla odpowiedniego wyboru współczynników i obszarów.

Naszym dalekosiężnym celem jest przyczynienie się do zbudowania teorii nielokalnych równań eliptycznych podobnej do klasycznej teorii eliptycznych równań różniczkowych. Niniejszy projekt badawczy jest ważnym krokiem w tym kierunku.