

W tym projekcie rozważam zespolone rozmaitości algebraiczne wywodzące się z teorii reprezentacji. Geometryczne operacje na tych rozmaitościach często indukują ciekawe działania algebr na ich pierścieniach kohomologii. Najbardziej znanymi przykładami są uogólnione rozmaitości flag z działaniem algebry typu Hecke oraz schematy Hilberta punktów na płaszczyźnie z działaniem algebry Heisenberga.

W obu przypadkach rozpatrywaną rozmaitość można rozłożyć na komórki będące lokalnie domkniętymi podrozmaitościami. Dla uogólnionych rozmaitości flag dostajemy rozkład Bruhata, a dla schematu Hilberta rozkład Białenickiego-Biruli. Każdej komórce przypisujemy element kohomologii, nazywany jej klasą charakterystyczną. Okazuje się, że w obu przypadkach działanie algebry pozwala na obliczenie klas bardziej skomplikowanych komórek z klas prostszych. Klasę najmniejszej komórki można łatwo obliczyć. Działanie algebry pozwala efektywnie wyznaczyć klasy bardziej skomplikowanych komórek.

W głównej części projektu zajmuje się konkretną klasą charakterystyczną: stabilną otoczką. Wywodzi się ona z geometrycznej teorii reprezentacji. Jest zdefiniowana aksjomatycznie, jako jedyna klasa spełniająca pewien zestaw warunków. Dowód jej istnienia jest niekonstrukcyjny. W ogólności bardzo trudno jest znaleźć konkretny element spełniający aksjomaty. W przypadku przestrzeni jednorodnych stabilna otoczka jest równa innej klasie charakterystycznej: skręconej motywicznej klasie Cherna. Ten rezultat umożliwił konstrukcję elementu spełniającego aksjomaty stabilnej otoczki za pomocą działania algebry typu Hecke. Umożliwia to efektywny sposób obliczenia stabilnej otoczki.

Stabilna otoczka zależy od parametru nazywanego „slope”. Jej konstrukcja za pomocą algebry Hecke była początkowo znana jedynie dla specjalnej wartości tego parametru. Ostatnio we wspólnym projekcie z A. Weberem uogólniliśmy ten rezultat do przypadku dowolnej wartości parametru „slope”. Kilka wyników bazujących na indukcyjnej konstrukcji stabilnej otoczki jest dowiedzione jedynie dla specjalnej wartości „slope”. W tym projekcie zamierzam dowieść je w ogólnym przypadku.

Przekształcenie Kirwan umożliwia opisanie stabilnej otoczki dla przestrzeni jednorodnej za pomocą prostszego obiektu: funkcji wymiernej wielu zmiennych. Taka funkcja nie jest jednoznaczna, jednak czasami (np. w typie A) można wyznaczyć wyróżnionego reprezentanta. Ten wybór jest związany z pewną algebrą typu Hecke. Jednym z celów projektu jest znalezienie geometrycznej interpretacji tej algebry i wyróżnionego reprezentanta dla dowolnej algebraicznej grupy półprostej.