

Kwaterniony są uogólnieniem liczb zespolonych takim, że dopuszczamy trzy liczby urojone i, j, k spełniające własność:

$$i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1.$$

Możemy je interpretować jako 4-wymiarową przestrzeń $\mathbb{H} = \mathbb{R}^4$ nad ciałem liczb rzeczywistych wyposażoną w działanie - mnożenie. Jest ono zdefiniowane przez powyższy warunek, przy czym utożsamiamy:

$$1 := (1, 0, 0, 0), \quad i := (0, 1, 0, 0), \quad j := (0, 0, 1, 0), \quad k := (0, 0, 0, 1).$$

Obiekt geometryczny nazywamy n -wymiarową rozmaitością jeśli blisko każdego swojego punktu wygląda jak \mathbb{R}^n . Przykładem takiego obiektu jest sfera. W tym projekcie zajmujemy się $4n$ -wymiarowymi rozmaitościami, których przestrzeń styczna w każdym punkcie może być utożsamiona z \mathbb{H}^n . W zależności od szczegółowego, technicznego matematycznego warunku dotyczącego własności tego utożsamienia, takie rozmaitości nazywamy rozmaitościami kwaternionowymi, hiperzespolonymi, kwaternionowo-Kählerowskimi lub hyperkählerowskimi. Rozmaitości te są istotne zarówno z punktu widzenia matematyki, jak i fizyki teoretycznej.

Celem projektu jest porównanie dwóch typów konstrukcji rozmaitości hyperkählerowskich i, bardziej ogólnie, kwaternionowych: konstrukcji typu Feix-Kaledina oraz c -mapy. Pierwsza z nich używa tzw. teorii twistorowej i z tego powodu jest uwikłana, tzn. wiemy tylko, że żądana struktura na rozważanej rozmaitości istnieje i możemy wydedukować jej pewne własności jednak nie mamy konkretnych wzorów. Druga z nich, odkryta początkowo przez fizyków, jest dana konkretnym wzorem matematycznym. Konstrukcje te, pomimo istnienia pewnych różnic zarówno w używanych danych początkowych, jak i we własnościach, mają pewne uderzające podobieństwa. Naszym celem jest sprawdzenie, czy przynajmniej do pewnego stopnia możemy zinterpretować je jako równoważne. Jeśli pokażemy że nie jest to możliwe, to zbadamy przyczyny tych podobieństw. Wynikiem projektu będzie zwiększenie naszego rozumienia tych konstrukcji oraz otrzymanie nowych przykładów rozmaitości kwaternionowych.