

Porządki to jedne z najbardziej podstawowych struktur pojawiających się w matematyce i informatyce teoretycznej, służące do porównywania obiektów pewnego zbioru. Porządki z jednym kryterium nazywane są porządkami liniowymi, gdyż w pewnym sensie ustawiają porządkowany zbiór obiektów w jednej linii (w każdej parze obiektów jeden jest mniejszy, a drugi większy). Porządki według wielu kryteriów nazywane są porządkami częściowymi, gdyż tylko niektóre pary obiektów można w takich porządkach jednoznacznie porównać, to jest te, w których jeden obiekt jest mniejszy a drugi większy według wszystkich kryteriów jednocześnie. Jeżeli jeden obiekt jest mniejszy od drugiego według jednego kryterium, a większy według drugiego, to nie można jednoznacznie stwierdzić, który z tych dwóch obiektów jest mniejszy a który większy, gdy oba te kryteria zastosuje się jednocześnie, a zatem obiekty takie są nieporównywalne.

Przedstawione powyżej rozumowanie opisuje tylko jedną z możliwości uzyskania porządku częściowego. Taki porządek zdefiniowany za pomocą  $d$  różnych kryteriów nazywamy porządkiem  $d$ -wymiarowym, a liczbę  $d$  nazywamy wymiarem tego porządku. Podstawowy kontekst badań w niniejszym projekcie dotyczy obliczania wymiaru porządku danego w postaci abstrakcyjnej relacji porównującej obiekty. Obliczanie wymiaru polega na odwróceniu procesu przedstawionego powyżej — znalezieniu dla danego abstrakcyjnego porządku minimalnej liczby kryteriów, które są w stanie wygenerować ten porządek. W praktycznych zastosowaniach porządków jest to o tyle istotne, że reprezentacja za pomocą niewielu kryteriów pozwala na zapisanie struktury porządku w małej ilości pamięci oraz na udzielanie szybkich odpowiedzi na zapytania o relacje w konkretnych parach obiektów.

Wymiar porządków ma także duże znaczenie teoretyczne. W pewnym sensie obliczanie wymiaru stanowi odpowiednik kolorowania grafów w świecie częściowych porządków. Kolorowanie grafów jest fundamentalnym zagadnieniem, które już od XIX wieku stanowiło główną siłę napędową rozwoju teorii grafów (vide problem czterech barw). Podobnie obliczanie wymiaru napędza rozwój kombinatorycznej teorii porządków. Głównym celem badań na temat wymiaru porządków jest zrozumienie, jakie własności porządku powodują, że jego wymiar jest mały, a jakie pozwalają mu rosnąć dowolnie wysoko.

Niniejszy projekt obiera trzy zasadnicze cele. Pierwszy dotyczy zrozumienia, czy i jakie struktury w porządku są odpowiedzialne za wzrost wymiaru. Wiąże się to z najważniejszymi pytaniami w teorii częściowych porządków i z pojęciem tzw. dim-ograniczoności. Drugi cel to dogłębne zrozumienie Boolowskiego wymiaru, wariantu wymiaru częściowych porządków, który ma szczególnie ważne zastosowania w informatyce teoretycznej. W szczególności planujemy zaatakować centralny problem w tematyce, postawiony już 1989 roku przez Nešetřila i Pudláką o Boolowskim wymiarze porządków planarnych. Trzeci kierunek dotyczy złożoności obliczeniowej problemu obliczania wymiaru, czyli teoretycznej analizy tego, czy dokładne obliczanie wymiaru porządku jest w praktyce wykonalne.

Projekt wpisuje się w linię badań, która w ostatnim czasie przeszła gwałtowny rozwój, otwierając drogę do rozwiązania znanych i trudnych problemów. Na rozwój ten złożyło się w szczególności powstanie wielu nowych metod dowodowych. Jednym z czynników motywujących ten projekt jest chęć maksymalnego wykorzystania potencjału tych metod. Wierzymy, że atrakcyjność problemów i metod pozwoli zbudować wokół tego projektu silny zespół na Uniwersytecie Jagiellońskim.