

Popularnonaukowe streszczenie projektu

Projekt badawczy ma dwa główne cele. Pierwszym z nich są rozwiązania równania Einsteina pola skalarnego typu Lichnerowicza:

$$-\Delta_g u + hu = fu^{2^*-1} + \frac{a}{u^{2^*+1}}, \quad u > 0$$

oraz równań ogólniejszych typu

$$-\Delta_g u + hu = f(u) + \frac{a}{|u|^p u}$$

i

$$-\Delta_g u \pm Vu = f(u).$$

Równania te rozważane są na rozmaitości Riemannowskiej (M, g) , którą można uważać np. za czasoprzestrzeń. Dotychczasowe rozważania wariacyjne tych problemów dotyczyły zazwyczaj rozmaitości zwartych. Naszym celem jest rozszerzenie metod i wyników na szerszą klasę rozmaitości. Rozwiązania tego typu równań oraz opis ich własności mogą pomóc zrozumieć oryginalne równania Einsteina opisujące zależność między geometrią czasoprzestrzeni, a rozkładem materii w niej. Równania Einsteina są intensywnie badane, w szczególności próbowano wyjaśnić za ich pomocą przyspieszającą ekspansję Wszechświata.

Drugim celem naszych badań są rozwiązania równania Schrödingera z osobliwym potencjałem postaci

$$-\Delta u + V(x)u - \frac{\mu}{|x|^\alpha} u = f(x, u).$$

Równanie to pojawia się m.in. w mechanice kwantowej oraz nieliniowej optyce. Przykładowo, w nieliniowej optyce f odpowiada za polaryzację materiału. Gdy parametr μ jest dostatecznie mały, to równanie to zostało dobrze zbadane. Istnieje jednak pewna graniczna liczba μ^* , od której równanie wydaje się zmieniać swoje zachowanie. Planujemy dokładniej przeanalizować ten problem właśnie w przypadku $\mu = \mu^*$.