Reprezentacje semantyk algebraicznych dla logik podstrukturalnych

Logika zajmuje się rozumowaniem, ale rozumowanie oprócz tego, że powinno być logiczne jest też zawsze fizyczne. Instrumentem może być ludzki mózg, może nim też być jakaś maszyna przetwarzająca informacje, którą czasem nazywa się "sztuczną inteligencją". Inteligentny czy nie, jakiś fizczny substrat jest konieczny. Ten prosty fakt natychmiast wyklucza logikę klasyczną, dlatego że logika klasyczna nie jest czuła na zasoby. Można ich używać w dowolnej kolejności – jeśli można dostać A z B i C, można też dostać A z C i B. Można dodawć nadmiarowe zasoby – jeśli można dostać A z B, można też dostać A z B i C. Pojedynczy zasób może być użyty wielokrotnie – jeśli można dostać A z C i można też dostać B z C, to można dostać A i B z tylko jednego C, nie potrzeba dwóch kopii. Te właściwości logiki klasycznej są znane jako *reguły strukturalne*, odpowiednio, *reguła przemienności*, *reguła osłabiania*, i *reguła skracania*. Te reguły są dobre w matematyce, ale nie nadają się do zastosowania w implementacjach komputerowych, rozumowaniu potocznym, czy sztucznej inteligencji.

Logiki podstrukturalne wybawiają z tego kłopotu. W tych logikach reguły strukturalne nie stosuja się, lub stosują się w ograniczonym zakresie. Logiki podstrukturalne znalazły zastosowania w lingwistyce (rachunki Lambeka), w rozumowaniach przybliżonych i probabilistycznych (logiki wielowartościowe), w rozumawaniach wrażliwych na kontekst (logiki relewantne, logiki niefregowskie), w inżynierii (logiki rozmyte), i informatyce (logika intuicjonistyczne, logika liniowa).

Logika klasyczna dostarcza absolutnego wzorca i króluje w świecie matematyki, ale w nieuporządkowanym świecie codziennych zastosowań może być i jest wspogana przez młodsze podstrukturalne siostry. Jest ich wiele i są rozmaite, więc należy je badać choćby po to, żeby w odpowiednich szufladkach czekały na przyszłe zastosowania. Lecz logiki podstrukturalne same są *obiektami matematycznymi*, więc należy je badać matematycznie uzywając logiki klasycznej. W istocie studia takie są ważną częścią logiki matematycznej i przyniosły już wiele poważnych wyników. Jednym z nich jest ustalenie, że semantycznymi odpowiednikami logik podstrukturalnych są *struktury z rezyduacją*.

Jednakże struktury z rezyduacją stanowią ogromna klasę struktur a wiele z nich nie jest dobrze rozumianych. Stąd potrzeba reprezentowania ich za pomocą struktur lepiej znanych. Taka sytuacja jest typowa w matematyce i istnieją *twierdzenia o reprezentacji / teorie reprezentacji* dla wielu typowych struktur matematycznych.

W tym projekcie badamy teorię reprezentacji dla dużej klasy struktur z rezyduacją zwanych *doskonałymi kratami z rezyduacją*. Używamy środków algebry uniwersalnej i teorii kategorii.