

Streszczenie popularnonaukowe

Projekt dotyczy badań w rzeczywistej geometrii algebraicznej. Podstawowymi obiektami w rzeczywistej geometrii algebraicznej są odwzorowania regularne między zbiorami algebraicznymi w rzeczywistych przestrzeniach afinicznych. Składowe takich odwzorowań są dane przez funkcje regularne, które są funkcjami wymiernymi o nieznikających mianownikach. Pracując głównie z gładkimi zbiorami algebraicznymi, skupiamy się na problemie aproksymacji odwzorowań nieskończenie różniczkowalnych odwzorowaniami regularnymi. Zgodnie z klasycznym twierdzeniem aproksymacyjnym Weierstrassa taka aproksymacja jest zawsze możliwa dla funkcji o wartościach rzeczywistych lub, ogólniej, odwzorowań o wartościach w rzeczywistych przestrzeniach afinicznych. Jednak problem aproksymacji jest bardzo trudny dla większości innych przestrzeni docelowych. Na przykład, pozostaje otwartym pytanie, czy każde odwzorowanie nieskończenie różniczkowalne między sferami jednostkowymi można aproksymować odwzorowaniami regularnymi. Często wygodnie jest rozważać tak zwane odwzorowania k -regulous, które są odwzorowaniami wymiernymi (ewentualnie posiadającymi punkty nieokreśloności) z k -krotnie różniczkowalnymi w sposób ciągły rozszerzeniami, gdzie k jest nieujemną liczbą całkowitą. Wiadomo, że odwzorowania k -regulous są bardziej elastyczne niż odwzorowania regularne i na ogół mają lepsze własności aproksymacyjne.

Aproksymacje za pomocą odwzorowań regularnych lub k -regulous są trudnymi problemami, ponieważ standardowe metody znane z topologii różniczkowej całkowicie zawodzą w kontekście algebraicznym. Jako powiązany temat rozważamy również k -regulous wiązki wektorowe, które tworzą klasę pośrednią między algebraicznymi i topologicznymi wiązkami wektorowymi. W ramach projektu stawiamy kilka naturalnych hipotez i problemów dotyczących aproksymacji odwzorowań i własności k -regulous wiązek wektorowych, które zostaną dokładnie zbadane.

Dodatkowym obszarem naszych zainteresowań jest teoria funkcji łukowo-analitycznych, czyli funkcji o wartościach rzeczywistych określonych na rzeczywistej mnogości analitycznej, które stają się analityczne po złożeniu z parametrycznymi rzeczywistymi łukami analitycznymi. Funkcje łukowo-analityczne nie muszą być ciągłe, a tym bardziej analityczne. Naszym celem jest scharakteryzowanie wśród funkcji łukowo-analitycznych tych, które są analityczne lub stają się analityczne po złożeniu z lokalnie skończonym ciągiem rozdmuchań o gładkich centrach analitycznych.

Projekt jest kontynuacją programu badawczego, który przyciągnął uwagę szerszego środowiska matematycznego i został przedstawiony przez kierownika projektu, wspólnie z Krzysztofem Kurdyką, jako zaproszony wykład na Międzynarodowym Kongresie Matematyków 2018 w Rio de Janeiro.