Przypuśćmy, że mamy dane *n* punktów, z których żadne trzy nie leżą na jednej prostej. Ile co najwyżej z nich możemy połączyć odcinkami, tak by nie utworzyć żadnego trójkąta, to znaczy tak, by nie istniały trzy punkty *a*, *b* i *c* takie, że wybraliśmy wszystkie trzy odcinki *ab*, *ac* i *bc*? Odpowiedź na to pytanie daje twierdzenie Mantela z 1907 roku: aby uzyskać jak największą liczbę odcinków powinniśmy podzielić zbiór punktów na dwie równe części *S* i *T* oraz połączyć wszystkie punkty z *S* z wszystkimi punktami z *T*. Ten wynik, o stosunkowo prostym dowodzie, uważany jest za jedno z pierwszych twierdzeń współczesnej teorii grafów.

Rozpatrzmy teraz podobny problem, gdy pytamy o maksymalną liczbę trójkątów o wierzchołkach w *n* zadanych punktach, o tej własności, że dla dowolnych czterech punktów *a,b,c,d* nie możemy użyć wszystkich czterech trójkątów *abc, abd, acd, bcd*. Hipotezę, jak liczna może być rodzina trójkątów o tej własności postawił Turán w roku 1941, ale do dzisiaj nie potrafimy jej udowodnić. Inne naturalne pytanie, nurtujące od dłuższego czasu kombinatoryków, można sformułować następująco. Przypuśćmy, że punkty łączymy nie za pomocą odcinków, lecz za pomocą strzałek w ten sposób, że z każdego z *n* punktów wychodzi więcej niż *n/3* strzałek. Czy prawdą jest, że wtedy musimy utworzyć parę przeciwległych strzałek *ab, ba*, lub skierowany trójkąt *ab*, *bc*, *ca*? Hipoteza to, postawiona przez Caccettę i Häggkvista, jest jednym z najważniejszych problemów otwartych w teorii grafów skierowanych.

Głównym celem grantu jest uzyskanie twierdzeń strukturalnych i wypracowanie nowych matematycznych narzędzi, które przybliżą nas do rozwiązania podobnych, trudnych choć elementarnie sformułowanych, problemów dotyczących grafów, hipergrafów i grafów skierowanych.