

Optymalizacja rozwiązań równań różniczkowych cząstkowych jest fundamentem dla metod obrazowania opartych na propagacji fal, które wykorzystywane jest w kilku dziedzinach nauki – od obrazowania w medycynie po obrazowanie w naukach o Ziemi. Metody te wykorzystują pole falowe wzbudzone przez odpowiednie źródła i zarejestrowane przez odbiorniki umieszczone najczęściej na powierzchni obrazowanego ośrodka (np. na powierzchni Ziemi w przypadku obrazowania sejsmicznego). Zadaniem obrazowania jest wyznaczenie wartości parametrów fizycznych badanego ośrodka, które występują w roli współczynników równań różniczkowych, na podstawie zarejestrowanego pola falowego. Konwencjonalne metody rozwiązania tego typu problemu są oparte na optymalizacji. Oznacza to, że niezbędne jest zdefiniowanie tzw. funkcji celu określającej rozbieżności między faktycznie pomierzonym polem falowym, a jego syntetycznym odpowiednikiem wygenerowanym w modelu badanego ośrodka. Poprzez wyznaczenie wartości globalnego minimum funkcji celu odnajdujemy model, który najlepiej dopasowuje dane syntetyczne do rzeczywistych i stanowi rozwiązanie dla zadanego problemu obrazowania. W praktyce funkcje celu nie są wypukłe – posiadają wiele minimów lokalnych – co oznacza, że konwencjonalne metody gradientowe optymalizacji mają pewne ograniczenia w skutecznym wyznaczeniu globalnego minimum funkcji celu. Jednym z podstawowych warunków uzyskania prawidłowego rozwiązania jest wyznaczenie startowego modelu parametrów fizycznych, dla którego wartość różnicy między danymi syntetycznymi i rzeczywistymi – pomierzona za pomocą funkcji celu – będzie znajdować się w przedziale wypukłości tej funkcji zawierającym jej minimum globalne. Innymi słowy, model startowy musi być wystarczająco dokładną reprezentacją poszukiwanego modelu będącego rozwiązaniem danego problemu obrazowania.

Jednym z podejść pozwalających na wyeliminowanie z obrazowania rozwiązań będących minimami lokalnymi jest zastosowanie tzw. globalnej optymalizacji. Praktyczne zastosowanie tych technik jest jednak ograniczone do obrazowania w małej skali co uniemożliwia ich skuteczne wprowadzenie w przetwarzaniu danych rzeczywistych. Innym interesującym i praktycznym podejściem unikania rozwiązań będących minimami lokalnymi jest tzw. poszerzenie przestrzeni poszukiwania rozwiązań. Podstawowym założeniem tego podejścia jest podział problemu z lokalnymi minimami na zbiór podproblemów z pojedynczym minimum, których rozwiązanie stanowi rozwiązanie pierwotnego problemu. Każdy z pojedynczych podproblemów może być wówczas efektywnie rozwiązany z wykorzystaniem znanych i udokumentowanych metod numerycznych.

Aby rozwiązać przedstawiony problem, w ciągu ostatniej dekady zaproponowano różne poszerzone podejścia do optymalizacji w obrazowaniu. W grupie tych podejść różnice między danymi rzeczywistymi i syntetycznymi są mapowane jako dodatkowe parametry – sztucznie dodane do zagadnienia. W tym przypadku zbyt duże niedospawanie danych nie stanowi już przeszkody dla obrazowania, nawet jeśli model startowy nie będzie wystarczająco dokładny by w klasycznej optymalizacji uniknąć rozwiązania będącego minimum lokalnym. Dodatkowe parametry absorbujące różnice w danych są w czasie obrazowania stopniowo penalizowane tak by finalne rozwiązanie stanowiło rozwiązanie oryginalnego problemu. Dwie główne kategorie podejść o poszerzonej przestrzeni poszukiwania rozwiązań to poszerzenie w domenie danych i poszerzenie w domenie modelu. Każda z tych kategorii posiada swoje zalety i wady, jednakże pomimo dotychczasowych bardzo obiecujących wyników, wiele otwartych pytań co do teorii i implementacji tych metod pozostaje bez odpowiedzi.

Przedstawiony projekt ma na celu odpowiedź na te pytania poprzez rozwój efektywnych podejść do rozwiązań zagadnień inwersyjnych opartych na pełnym polu falowym bez konieczności trudnego wyprowadzania modelu startowego. W szczególności chcemy 1) połączyć właściwości metod o poszerzonej przestrzeni poszukiwania rozwiązań w domenie danych i modelu w taki sposób by otrzymać efektywny algorytm z cechach obu tych podejść; 2) rozwinąć efektywny algorytm oparty na metodzie mnożników, dedykowany danym rzeczywistym z silnymi efektami elastycznymi; 3) określić podobieństwa teoretyczne pomiędzy metodami o poszerzonej przestrzeni poszukiwania rozwiązań oraz standardowymi metodami Newtonowskimi.

Wyniki projektu w znaczącym stopniu przyczynią się do rozwoju metod obrazowania opartego na pełnym polu falowym, ze szczególnym uwzględnieniem obrazowania sejsmicznego. Pozwoli to na dokładniejsze zrozumienie wpływu mechanizmów metod o poszerzonej przestrzeni poszukiwania rozwiązań na efektywność obrazowania z wykorzystaniem metod inwersyjnych. Ponadto rozwój metodologiczny zaplanowany w projekcie pozwoli naukowcom na uzyskanie wydajnych narzędzi do badania litosfery, a dzięki temu na rekonstrukcję skomplikowanych ośrodków geologicznych w różnej skali z nieosiągalną jak do tej pory dokładnością.