Strukturalne i algorytmiczne własności dziedzicznych klas grafów

Idea NP-trudności i NP-zupełności, fundamentalna dla współczesnej informatyki teoretycznej, oparta jest na następującej obserwacji: wiele problemów obliczeniowych, często modelujących wyzwania praktyczne, są porównywalnie trudne z punktu widzenia złożoności obliczeniowej. Innymi słowy, istnienie wydajnego algorytmu dla jednego z tych problemów pociąga za sobą istnienie podobnych algorytmów dla wszystkich tych problemów, co jest uznawane za mało prawdopodobne. W kontekście NP-trudności, pojęcie „wydajne" oznacza, że dany algorytm działa w czasie ograniczonym przez funkcję wielomianową od rozmiaru wejścia. To znaczy, jedyną dostępną miarą wejścia jest jego rozmiar w bitach lub, dla wygody, jakaś blisko powiązana miara taka jak liczba wierzchołków czy krawędzi grafu wejściowego, w przypadku problemu grafowego. Jednakże, znamy wiele przykładów na to, że taki ogólny punkt widzenia chowa zbyt dużo szczegółów: kiedy uwzględnimy w analizie inne, często strukturalne, miary danych wejściowych, można odkryć szerokie i bogate rodziny algorytmów, ukryte przed punktem widzenia tylko przez rozmiar danych wejściowych.

Ten fenomen podkreśla znaczenie, jakie powinniśmy przypisywać strukturze (a nie tylko rozmiarowi) danych wejściowych. W tym projekcie, rozważamy problemy grafowe, gdzie główną częścią danych wejściowych jest graf, a przez strukturę rozumiemy własności strukturalne grafu wejściowego. Grafy są popularnym modelem sieci: komputerowych, drogowych, elektrycznych, czy społecznościowych.

Powyższe rozważania prowadzą do następującego pytania: dla ustalonego problemu NP-trudnego, jakie strukturalne ograniczenia na graf wejściowy czyni ten problem prostym (lub prostszym)? W tym projekcie, skupiamy się na szerokiej rodzinie problemów, które pytają o rzadki podgraf wejściowego grafu o zadanych własnościach. Czołowym problemem tej rodziny jest problem zbioru niezależnego o maksymalnej wadze (w skrócie MWIS): mając dany graf z wagami na wierzchołkach, celem jest znalezienie zbioru wierzchołków o największej łącznej wadze, który jest niezależny (żadne dwa wierzchołki wybranego zbioru nie są połączone krawędzią). Przykładowo, można modelować jednostki sieci bezprzewodowej jako wierzchołki grafu, w którym krawędzie reprezentują możliwe zakłócenia między sygnałami; wówczas, zbiór niezależny odpowiada zbiorowi jednostek, które nie będą się wzajemnie zakłócać.

Jak możemy w uporządkowany sposób badać warunki, gdzie dany problem staje się prostszy? Możemy pytać o złożoność obliczeniową danego problemu (np. MWIS) ograniczonego do pewnej klasy grafów. To prowadzi nas do następującego pytania: wing research question:

> Które dziedziczne klasy grafów są na tyle dobrze ustrukturalizowane, że dopuszczają bardziej wydaje algorytmy dla klasycznych problemów obliczeniowych, takich jak MWIS?

Klasa grafów jest dziedziczna jeśli jest zamknięta na usuwanie wierzchołków; jest to jedno z najsłabszych założeń regularyzujących rozważania, które pozwala uniknąć egzotycznych przykładów.

Głównym celem projektu jest opracowanie głębokiej strukturalnej i algorytmicznej teorii dla MWIS i pokrewnych problemów. Niedawne wyniki wskazują, że klasy grafów bez H (czyli wszystkie grafy nie posiadające ustalonego grafu H jako indukowanego podgrafu) dla H będącego ścieżką, podpodziałem pazura, lub sumą rozłączną powyższych, są dobrymi poligonami dla rozwoju ogólnej algorytmiczej teorii dla problemu MWIS. Spodziewamy się, że opracowana teoria będzie miała zastosowania daleko poza wymienionymi klasami grafów bez H; celujemy w opracowanie ogólnej metodologii rozwiązywania problemu MWIS i podobnych problemów, która adaptuje się do własności grafu wejściowego.

Ponadto, będziemy szukać zastosowań opracowanych technik w pobliskich obszarach, leżących pomiędzy algorytmiczną i strukturalną teorią grafów, w tym w teorii χ-ograniczoności i tzw. własności Erdősa-Hajnala, jak również do kombinatorycznych algorytmów w klasach grafów doskonałych i pokrewnych klasach grafów.