

Streszczenie popularnonaukowe

Przez ostatnie dwie dekady zainteresowanie równaniami różniczkowymi cząstkowymi (RRC) z operatorami nielokalnymi gwałtownie wzrosło, a coraz szersze grono naukowców zaczęło badać ten temat. Specyfika operatora nielokalnego polega na tym, że jego wartość na funkcji u w dowolnym punkcie zależy od wartości u na całej przestrzeni. Tego typu operatory są od dawna badane w fizyce kwantowej. Przypomnijmy tutaj relatywistyczny operator Schrödingera. Jednak rosnące zainteresowanie operatorami nielokalnymi wynikało z faktu, iż liczne publikacje naukowe ujawniły, że w dużej części modeli fizycznych, biologicznych, chemicznych i matematyki finansowej zastępowanie operatorów klasycznych operatorami nielokalnymi w powiązanych z nimi RRC prowadzi do rozwiązań, które lepiej opisują zjawiska. Odkąd stało się jasne, że RRC z operatorami nielokalnymi odgrywają istotną rolę w modelach nauk przyrodniczych, systematyczne badania nad tą klasą RRC rozkwitły. W ostatnim dziesięcioleciu podjęto wielki wysiłek, aby rozwinąć teorię RRC z ułamkowym laplasjanem, który jest modelem przykładem operatora nielokalnego. Na ten temat napisano wiele artykułów i opracowano bardzo interesujące metody. Jednak większość z tych technik działa tylko dla konkretnego operatora - ułamkowego laplasjanu - i za każdym razem, gdy zachodzi potrzeba zmiany operatora w problemie, całą pracę trzeba powtórzyć.

Szczęśliwie operatory nielocalne są naturalne w teorii procesów Markowa i były badane przez probabilistów od lat 60-tych ubiegłego wieku. Powszechnie wiadomo, że istnieje dualność pomiędzy procesami Markowa i operatorami, które generują półgrupy Markowa. Jest to bardzo szeroka klasa operatorów różniczkowo-całkowych, która w szczególności obejmuje ułamkowy laplasjan. Ta dualność zapewnia zupełnie nowe narzędzia do badania RRC z nielokalnymi operatorami. Cel niniejszego projektu jest dwojaki. Po pierwsze, za pomocą narzędzi probabilistycznych i analitycznych, dążymy do rozwiązania pewnych otwartych problemów w teorii RRC z operatorami całkoworóżniczkowymi. Po drugie, chcemy dalej zgłębiać związek między RRC, a analizą stochastyczną i poszukiwać powiązań, które mogą prowadzić do nowych interesujących metod i wyników, zarówno w teorii RRC, jak i analizie stochastycznej.