W projekcie proponowane są badania dotyczące własności asymptotycznych (gdy czas ucieka do nieskończoności) bardzo naturalnych układów ewolucyjnych pochodzących z fizyki matematycznej, takich jak:

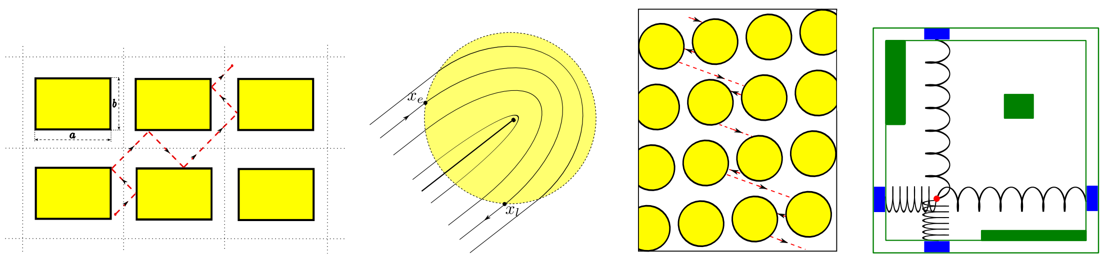
(a) bilardy matematyczne na nieskończonych stołach z kawałkami liniowymi brzegami;

(b) rozchodzenie się promieni świetlnych rozpraszanych w okresowych układach tzw. soczewek Eatona;

(c) spięte ze sobą cztery sprężyny, gdy punkt spięcia odbija się od ścian;

(d) lokalnie Hamiltonowskie układy na powierzchniach (ruch elektronów na powierzchniach Fermiego).

W tego typu układach następują zmiany położenia (stanu) badanych obiektów w czasie. W przypadku bilardów jest to masa skupiona w punkcie imitująca kulę bilardową, która porusza się bez tarcia i rotacji oraz odbija się od ścian stołu; w systemie soczewek jest to promień światła przechodzący przez kolejne soczewki (promień światła przechodząc przez soczewkę Eatona odwraca kierunek ruchu); w przypadku spiętych sprężyn jest to punkt spięcia, który porusza się pod wpływem sił ściskających i rozciągających sprężyny oraz odbić od ścian (zakładamy, że w układzie nie ma tarcia i sprężyny są idealnie elastyczne). Ewolucja opisanych obiektów w czasie jest zwykle bardzo skomplikowana i nawet gdy znamy dokładnie reguły ruchu oraz stan początkowy obiektu trudno jest przewidzieć własności trajektorii obiektu na długim odcinku czasu. Zamiast badać pojedyncze trajek-



(a) Układ bilardowy (b) Układ soczewek Eatona (c) Sprężyny

torie, teoria ergodyczna proponuje inne podejście poprzez badanie wszystkich orbit (prawie wszystkich) w kontekście frekwencji pojawiania się obiektu w podzbiorach przestrzeni (zwanej przestrzenią fazową). W tym podejściu podstawowym problemem jest ustalenie tzw. zbiorów niezmienniczych, są to podzbiory przestrzeni fazowej, w których uwięzione są trajektorie obiektów. Jeśli obiekt znajdzie się w takim zbiorze to już z niego nie ucieknie. Jeśli ustalone są już (możliwie najmniejsze) zbiory niezmiennicze, to następnym problemem jest zrozumienie rozkładu trajektorii w takim zbiorze. Innymi słowy, jak często trajektorie trafiają do różnych rejonów zbioru niezmienniczego. Z matematycznego punktu widzenia, oznacza to szukanie tzw. miar niezmienniczych. W przypadku, gdy przestrzeń fazowa jest nieskończona (z taką sytuacją mamy do czynienia w układach typu (a) i (b)) dodatkowymi kwestami są powracalność trajektorii (nieskończone powracanie w okolice stanu początkowego), prędkość rozpraszania oraz kierunki rozpraszania.

W projekcie proponujemy badania dotyczące powyższych problemów w kontekście układów typu (a), (b), (c) i (d). Wszystkie te układy mają wspólną cechę: badanie ich dynamiki sprowadza się do studiowania tzw. potoków kierunkowych na powierzchniach translacyjnych. Tego typu układy nie są zbyt czułe na drobne zmiany warunków początkowych. Nie są to układy hiperboliczne, dla których techniki badawcze są bardzo dobrze rozwinięte. Rozważane w projekcie układy dynamiczne są typu parabolicznego. Dla takich układów nie ma jednolitej strategii badania własności ergodycznych, co stanowi duże wyzwanie twórcze dla badaczy.