

Centralne twierdzenie graniczne dla ogólnych funkcjonałów z zastosowaniami w grafach losowych

Popularnonaukowe streszczenie projektu

Prawdopodobnie każdy z nas słyszał w swoim życiu o krzywej Gaussa, która widniała nawet na niemieckich banknotach przed zmianą waluty na Euro. Jest ona związana z rozkładem normalnym, który to opisuje wiele zjawisk występujących w przyrodzie, jak na przykład rozchodzenie się ciepła, czy ruch Browna. Olbrzymie znaczenie rozkładu normalnego można zauważyć dokonując dużej liczby dowiadczeń, których wynikiem są losowe liczby, jak na przykład przy wielokrotnym rzucie kostką. Mianowicie suma wszystkich wyników, po pewnych przekształceniach, okazuje się zbliżona do rozkładu normalnego. Podobna sytuacja występuje w przypadku ludzkiej wagi, wzrostu, czy liczby wypadków na drogach. Ta zasada jest znana jako centralne twierdzenie graniczne i pełni kluczową rolę w teorii prawdopodobieństwa oraz statystyce.

Niniejszy projekt naukowy jest poświęcony studiowaniu sytuacji podobnych jak w centralnym twierdzeniu granicznym, gdzie zamiast sumować wyniki doświadczeń rozważamy bardziej skomplikowane operacje. Jednocześnie badamy dokładność otrzymanych przybliżeń. W pierwszej części projektu skupiamy się na wynikach ogólnych i szacujemy dokładność tych przybliżeń dla możliwie dużej klasy operacji na wynikach. Niestety forma takich oszacowań często okazuje się bardzo skomplikowana, dlatego kolejnym zadaniem jest uproszczenie jej do postaci związanej z tak zwanym *zjawiskiem czwartego momentu*, co dodatkowo pozwoli nam wyprowadzić prostsze warunki gwarantujące, że otrzymane wyrażenia rzeczywiście można przybliżyć rozkładem normalnym.

Druga część projektu dotyczy grafów losowych. Graf jest to zbiór punktów - nazywanych wierzchołkami - z których część jest ze sobą połączona, czyli istnieje między nimi krawędź. Grafy losowe są to grafy, których struktura jest w jakiś sposób losowa. Zwykle oznacza to, że istnienie każdej krawędzi jest losowe, ale rozważa się również kolorowanie krawędzi oraz wierzchołków. Będziemy zajmować się między innymi grafami losowymi przecięć, w których każdy wierzchołek ma losowo przydzielone atrybuty, a dwa wierzchołki łączymy krawędzią, jeśli posiadają choćby jeden wspólny atrybut. Taka konstrukcja jest dobrym modelem sieci społecznościowej, w której każdy członek należy do pewnych grup, co aktualnie jest dość typową sytuacją w związku z rozwojem internetu. Głównym celem tej części badań jest przybliżenie liczby krawędzi, trójkątów, a także bardziej skomplikowanych obiektów występujących w grafach losowych, co odgrywa istotną rolę w badaniu struktury sieci losowych. Będziemy również zliczać jednokolorowe obiekty w grafach z losowo pokolorowanymi wierzchołkami.

Niniejszy projekt jest częścią głównego nurtu badań w matematyce. Z jednej strony dotyka bardzo klasycznego zagadnienia, jakim jest centralne twierdzenie graniczne, z drugiej natomiast nowoczesnej teorii grafów losowych. Rozważane problemy są istotne z punktu widzenia teorii prawdopodobieństwa, statystyki, jak i kombinatoryki, co czyni go interesującym dla szerokiego grona naukowców.

