

Teoria grafów to jedna z kluczowych dziedzin współczesnej matematyki, znajdująca istotne zastosowania w kombinatoryce, probabilistyce, układach dynamicznych, topologii, teorii informacji, informatyce i wielu innych. Rozwój mechaniki kwantowej doprowadził do powstania wielu "kwantowych" odpowiedników tych klasycznych dziedzin, między innymi informacji kwantowej po stronie fizyki oraz kwantowego prawdopodobieństwa po stronie matematyki. Zwłaszcza ta pierwsza zainspirowała wprowadzenie grafów kwantowych, których popularność gwałtownie wzrosła w ostatnich latach, również w kontekście czystej matematyki. Wiele trudności w badaniu grafów kwantowych bierze się z tego, że, tak jak kwantowe cząsteczki nie mają dobrze określonego położenia, nie da się zdefiniować ich wierzchołków.

Gdy patrzy się na grafy kwantowe z perspektywy matematyka, natychmiast nasuwają się pewne podstawowe pytania. Czym są ścieżki w grafie kwantowym? Co oznacza, że graf kwantowy jest spójny? Jak je rozróżnić? Czym są symetrie grafów kwantowych? Czy typowe grafy kwantowe posiadają symetrie? Na część z tych pytań znaleziono już odpowiedzi, natomiast na inne spróbujemy znaleźć odpowiedź w ramach tego projektu.

Jednym z wyzwań, z którymi będziemy musieli się zmierzyć, będzie odkrycie właściwych odpowiedników pojęć znanych z teorii grafów. W niektórych przypadkach jest to dość proste, niemniej jednak trzeba też wypracować nowe techniki, które można zastosować w świecie kwantowym. Często sytuacje się jednak zupełnie inne i trzeba włożyć dużo pracy w to, żeby w ogóle zdefiniować kwantowy analogon. W tym projekcie będziemy musieli pokonać obie przeszkody, czasami obie naraz, aby móc uzyskać interesujące wyniki.

Dokładniej rzecz biorąc, rozpoczniemy badanie ścieżek w grafach kwantowych i stowarzyszonych z nimi błędzeń losowych. Czerpiąc inspiracje z niedawno odkrytych związków między kwantowymi symetriami grafów a kwantową teorią informacji, planujemy dogłębnie zbadać kwantowe symetrie kwantowych grafów, w szczególności skupiając się na przypadku typowych grafów.

Wierzmy, że wyniki projektu znajdą zastosowania w kwantowej teorii informacji, układach dynamicznych i probabilistyce, prowadząc do nowych interakcji między tymi dziedzinami.