Projekt leży na przecięciu trzech dziedzin matematyki: geometrii algebraicznej, algebry przemiennej oraz matematyki fizycznej. Geometria algebraiczna zajmuje się badaniem rozmaitości które są zbiorami rozwiązań układów równań wielomianowych. Algebra przemienna bada struktury algebraiczne zwane pierścieniami (są to zbiory z dwoma działaniami: dodawaniem i mnożeniem, spełniającymi pewne naturalne własności), które mają dodatkową własność, że mnożenie jest przemienne. Matematyka fizyczna, natomiast, zajmuje się badaniem problemów inspirowanych fizyką za pomocą formalnych metod matematyki.

Głównym celem projektu jest konstrukcja, zbadanie oraz częściowa klasyfikacja szerokiej klasy przykładów specjalnych rozmaitości zwanych rzutowo normalnymi trójwymiarowymi rozmaitościami Calabi–Yau. Skupiając się na tego typu rozmaitościach znajdujemy się na przecięciu trzech obszarów badawczych, każdy dostarczający swoje narzędzia i motywacje a planowane wyniki projektu powinny mieć istotny znaczenie dla każdego z tych obszarów.

Wiodącym problemem geometrii algebraicznej jest problem klasyfikacji rozmaitości algebraicznych. Jednak, rozmaitości algebraiczne tworzą tak szeroką i różnorodną klasę obiektów, że nie ma nadziei na opisanie ich wszystkich. Zamiast tego rozważa się specjalne klasy rozmaitości, które są ważne z różnych powodów. Wśród najważniejszych rozmaitości algebraicznych znajdują się tzw. rozmaitości Calabi–Yau. Ich ważność dla geometrii algebraicznej wynika z miejsca jakie zajmują w klasyfikacji wszystkich rozmaitości; na granicy pomiędzy lepiej zrozumianym światem rozmaitości hipotetycznie pokrytych krzywymi wymiernymi oraz rozmaitości ogólnego typu dla których nie ma nadziei na ich ogólne opisanie. Klasyfikacja rozmaitości typu Calabi–Yau w wymiarze trzy jest jednym z największych wyzwań geometrii algebraicznej.

Dodatkowym argumentem przemawiającym za skupieniem się na trójwymiarowych rozmaitościach Calabi–Yau jest rola jaką pełnią one w fizycznej teorii strun jako obiekty modelujące wszechświat. W skrócie, teoria strun postuluje, że wszechświat rozwłókniony jest malutkimi sześcio-wymiarowymi rozmaitościami Calabi–Yau wewnątrz których znajdują się wibrujące struny. Zachowanie struny na rozmaitości Calabi–Yau determinuje cząsteczkę jaką w tym miejscu obserwujemy. Z tego powodu zrozumienie rozmaitości Calabi–Yau jest kluczowe dla zrozumienia modelu wszechświata opartego na teorii strun. Teorie rozmaitości Calabi–Yau oraz teorii strun rozwijają się równolegle dzięki temu ta pierwsza jest pełna hipotez które motywowane są ich znaczeniem w fizyce. Najsławniejszą taką hipotezą jest hipoteza symetrii lustrzanej, która w interpretacji matematycznej postuluje, że rozmaitości Calabi–Yau występują parami które mają zamienione ze sobą pewne swoje struktury. Niektóre wersje hipotezy symetrii lustrzanej zostały udowodnione dla najprostszych rozmaitości Calabi–Yau tzw. pełnych przecięć w rozmaitościach torycznych. Poza tą klasą hipoteza jest całkowicie otwarta i motywuje szukanie nowych niestandardowych przykładów.

Używając klasycznie znanych rezultatów wiemy, że rozmaitości Calabi-Yau posiadają zanurzenia w przestrzenie rzutowe, których obrazy są tzw. rozmaitościami rzutowo normalnymi. Rzutowo normalne rozmaitości Calabi–Yau mają tę własność, że otoczenie wierzchołka stożka rozpiętego nad nimi ma stowarzyszony pierścień, który jest Gorenstein. Znalezienie struktury pierścieni Gorensteina jest jednym z problemów napędzających badania w algebrze przemiennej. Biorąc powyższe pod uwagę naturalnym jest podjęcie próby zrozumienia rzutowo normalnych trójwymiarowych rozmaitości Calabi-Yau, jako rozmaitości algebraicznych, ważnych dla fizyki, pojawiających się naturalnie w problemach algebry przemiennej i do których można stosować narzędzia czystej algebry.

Nasze podejście do tego problem klasyfikacji polega na badaniu nie tyle całej rozmaitości Calabi-Yau ale ciecia stożka nad nią, które jest skupione jedynie w wierzchołku tego stożka i jest tak zwanym schematem artinowskim. Okazuje się, że wiele informacji na temat rozmaitości Calabi-Yau zawiera się w pierścieniu stowarzyszonym z tego typu cięciem, który jest pierścieniem artinowskim i do którego można stosować klasyczne narzędzia algebry. Zaczynając od tej idei planujemy klasyfikację wszystkich pierścieni artinowskich które powstają z cięć stożków nad rzutowo normalnymi rozmaitościami Calabi–Yau w przypadku gdy otaczająca przestrzeń rzutowa jest niskiego wymiaru. Za pomocą tej klasyfikacji chcemy odtworzyć rozważane rozmaitości Calabi-Yau. Spodziewamy się odnaleźć wiele naturalnych konstrukcji. Mając do dyspozycji nowe skonstruowane przykłady zamierzamy i użyć jako przestrzeń do testowania hipotez znanych z fizyki, w szczególności hiptezy symetrii lustrzanej,

Ciekawy aspekt projektu pojawia się poprzez obserwację, że pierścienie artinowskie Gorensteina powstające w wyniku naszego podejścia są stowarzyszone bijektywnie przez pewną dualność z odpowiednimi rozmaitościami w przestrzeni rzutowej zadanymi przez jedno równanie, tzw. hiperpowierzchniami, które w naszym wypadku są stopnia 4. Za pomocą tej dualności zwanej apolarnością, własności pierścienia artinowskiego Gorensteina odpowiadają własnościom stowarzyszonej hiperpowierzchni. W szczególności, minimalne konfiguracje punktów zawierające schemat artinowski odpowiadają rozkładom wielomianu definiującego apolarną hiperpowierzchnię na sumy potęg form liniowych. Badanie takich rozkładów ma swoje niezależne motywacje wynikające z faktu, że mają one konkretne zastosowanie w informatyce, w szczególności w przetwarzaniu danych. Z geometrycznego punktu widzenia, rozkłady wielomianów na sumy potęg czasem są parametryzowane przez algebraiczne rozmaitości, których badanie jest niezwykle interesujące i będzie również obiektem badań w przedstawionym projekcie.