

Spektrum macierzy to zbiór jej wartości własnych. Stanowi ono jeden z podstawowych niezmienników analitycznych macierzy. Ogólniej, w przypadku operatorów na nieskończenie-wymiarowych przestrzeniach Hilberta spektrum zawiera cenne informacje o operatorze.

Dla operatorów takich jak Laplasjan na dyskretnej grupie własności spektralne niosą kluczowe informacje o samej grupie. W szczególności, jeśli w spektrum istnieje luka wokół 0 to grupa posiada własność (T) Kazhdana, silną własność sztywności, o istotnych konsekwencjach dla działań i algebr związanych z grupą czy grafów skonstruowanych na bazie jej skończonych ilorazów.

W ostatnich latach pojawiło się nowe podejście do udowadniania tego typu własności spektralnych. Jest ono algebraiczne w swojej naturze i polega na wykazaniu, że niektóre elementy w pierścieniu grupowym są dodanie, przez co rozumiemy, że są skończoną sumą kwadratów. Tego typu warunki są skończenie-wymiarowe i mogą być atakowane przy pomocy metod numerycznych.

Kierownik projektu wspólnie z M. Kalubą, D. Kielakiem i N. Ozawą pomyślnie użyli tego podejścia do udowodnienia, że grupa automorfizmów grupy wolnej na co najmniej 5 generatorach ma własność (T) Kazhdana, odpowiadając twierdząco na otwarte od dawna pytanie.

To nowe podejście do udowadniania wyników spektralnych przy pomocy metod algebraicznych i numerycznych w naturalny sposób pozwala się uogólnić na wyżej-wymiarowe grupy kohomologii, klasyczną teorię algebraicznych niezmienników grup i przestrzeni. Projekt koncentruje się na badaniu tego uogólnienia. Głównym celem projektu jest użycie powyższego nowatorskiego podejścia do udowodnienia nowych spektralnych własności kohomologicznego Laplasjanu oraz innych, powiązanych z nim operatorów.

The wyniki będą miały interesujące zastosowania, takie jak nowe twierdzenia o znikaniu wyższych kohomologii oraz nowe twierdzenia o sztywności dla grup wraz z zastosowaniami do przybliżalności grup; konstrukcje wyżej-wymiarowych ekspanderów, będących rodzinami kompleksów sympleksyjnych o egzotycznych własnościach geometrycznych; i wreszcie konstrukcje nowych typów kontrprzykładów na pewne wersje hipotezy Bauma-Connesa, która jest znanym problemem w teorii wyższego indeksu, wywodzącym się od klasycznego twierdzenia Atiyi-Singera o indeksie.