

Elżbieta Drozdowska

Związki między algebraicznymi, modalnymi i wielowartościowymi logikami kwantowymi

Celem tego projektu jest zbadanie związków pomiędzy wybranymi algebraicznymi, modalnymi i wielowartościowymi logikami kwantowymi.

Algebraiczna logika kwantowa jest strukturą algebraiczną (zwaną kratą ortomodularną) wyabstrahowaną z formalizmu przestrzeni Hilberta mechaniki kwantowej i która, jak się uważa, poprawnie reprezentuje relacje pomiędzy kwantowymi sędami eksperymentalnymi. Te eksperymentalne sądy zawierają informacje o stanach obiektów kwantowych, np. "spin obiektu  $x$  wynosi  $1/2$ ". Uważa się, że krata ortomodularna odgrywa taką rolę w kwantowym rachunku logicznym, jaką algebra Boole'a odgrywa w logice klasycznej. Krata ortomodularna nie jest algebrą Boole'a – jest od niej słabsza, ponieważ nie jest dystrybutywna, a jedynie ortomodularna.

Modalna logika kwantowa jest interpretacją kraty ortomodularnej w kategoriach logiki modalnej – tzn. z użyciem semantyki Kripkego oraz operatorów możliwości i konieczności.

Kwantowa logika wielowartościowa jest interpretacją kraty ortomodularnej w kategoriach logiki wielowartościowej. Potrzebę takiej interpretacji można uzasadnić na przykładzie arystotelesowskiego przykładu "jutro odbędzie się bitwa morska". Co można powiedzieć o wartości logicznej tego zdania, zanim nadejdzie jutro? Jeśli ktoś jest zwolennikiem logiki dwuwartościowej, to powie, że twierdzenia o przyszłości nie należą do dziedziny dwuwartościowej logiki klasycznej. Jeśli ktoś jest zwolennikiem jakiejś nieklasycznej logiki, może powiedzieć, że jest ono możliwe, prawdopodobne, lub że ma pewien stopień przekonania, że stanie się ono prawdziwe. Sytuacja z kwantowymi sędami eksperymentalnymi jest analogiczna. Zgodnie z tym, co mówi nam mechanika kwantowa, sąd "wartość obserwabli  $O$  wynosi  $\alpha$ " nie jest ani prawdziwy, ani fałszywy, zanim ta obserwabla nie zostanie zmierzona. Do tego czasu sąd ten jest tylko prawdopodobny, a stopień jego prawdopodobieństwa jest określony przez obliczenia kwantowo-mechaniczne. Dopiero po dokonaniu pomiaru następuje „kolaps” logiki nieskończeniowej wielowartościowej do dwuwartościowej – w analogii do vonneumannowskiego kolapsu funkcji falowej podczas pomiaru.

Algebraiczna logika kwantowa zaczęła się wraz z publikacją artykułu Birkhoffa i von Neumanna *The Logic of Quantum Mechanics* w 1936, a w latach 50. XX wieku rozwinęła się w szeroką i ożywioną dziedzinę badań. Jednak zainteresowanie zastosowaniem logiki wielowartościowej w mechanice kwantowej zanikło pod koniec lat 50. Co ciekawe, po pojawieniu się logiki rozmytej w latach 90. pojawiło się nowe zainteresowanie logikami wielowartościowymi: kwantowe logiki wielowartościowe Łukasiewicza były badane m.in. przez Dallę Chiarę, Giuntiniego i Greechiego oraz przez Pykacza. Jak obiecuje tytuł artykułu Jarosława Pykacza, wydaje się, że nadszła „*Unification of Two Approaches to Quantum Logic: Every Birkhoff-von Neumann Quantum Logic is a Partial Infinite-Valued Łukasiewicz Logic*” [„Unifikacja dwóch podejść do logiki kwantowej: każda logika kwantowa Birkhoffa-von Neumanna jest częściową nieskończeniową wielowartościową logiką Łukasiewicza”]. W jakim sensie są one zunifikowane? I jaka jest relacja między nową częściową nieskończeniową wielowartościową (rozmytą) logiką Łukasiewicza a modalną logiką kwantową wywiedzioną z kraty ortomodularnej?

Głównym pytaniem tego projektu jest to, jaka jest relacja między modalną a wielowartościową logiką kwantową opartą na kracie ortomodularnej.

Logika kwantowa jest teorią relacji między kwantowymi sędami eksperymentalnymi. Warto ją badać, ponieważ zgłębianie jej zawłości pozwala lepiej zrozumieć teorię kwantową.