WYBRANE ZAGADNIENIA W ZASTOSOWANIACH TEORII MNOGOŚCI W ANALIZIE FUNKCJONALNEJ

Współczesna teoria mnogości została zapoczątkowana pod koniec XIX wieku przez Georga Cantora. Wśród najważniejszych osiągnięć Cantora znalazło się wprowadzenie pojęcia równoliczności zbiorów oraz twierdzenie, że liczb rzeczywistych jest więcej niż liczb naturalnych, które wywołało szeroką dyskusję w gronie matematyków. Istnienie zbioru o mocy większej, od zbioru liczb naturalnych, ale mniejszej od zbioru liczb rzeczywistych pozostawało wówczas problemem otwartym, nazwanym Hipotezą Continuum. Pojęcie zbioru nie było jeszcze ściśle zdefiniowane, co doprowadziło do wielu paradoksów, takich jak paradoks Russela, a w konsekwencji do całkowitego przebudowania podstaw matematyki. Na początku XX wieku opracowano aksjomatykę zbiorów (teoria ZFC), która jest powszechnie stosowana do dzisiaj. Z biegiem czasu okazało się, że istnieją problemy matematyczne, których nie da się rozstrzygnąć na gruncie tej aksjomatyki. Wśród nich znalazła się wspomniana Hipoteza Continuum. Niezależność Hipotezy Continuum od ZFC została udowodniona przy pomocy nowatorskiej metody forcingu w 1963 roku przez Paula Cohena, za co został nagrodzony Medalem Fieldsa. Ówczesne odkrycia doprowadziły do dynamicznego rozwoju teorii mnogości, a także jej zastosowań w innych dziedzinach matematyki.

Nasz projekt skupia się na teoriomnogościowych aspektach analizy funkcjonalnej, w tym teorii przestrzeni Banacha, algebr Banacha i C*-algebr. Celem projektu jest rozwiązanie otwartych problemów w wymienionych dziedzinach matematyki. Zamierzamy zastosować nowe pomysły do zgłębiania zagadnień intensywnie badanych w ostatnich latach. Planujemy także stosowanie metod teorii mnogości w obszarach, w których metody takie nie były dotąd stosowane, takich jak teoria algebr miarowych. Spodziewamy się, że nasza praca znacząco wpłynie na rozwój omawianych dziedzin oraz na zacieśnienie relacji międzynarodowych w społeczności matematyków.