OSOBLIWE ROZMAITOŚCI KONTAKTOWE - STRESZCZENIE POPULARNONAUKOWE

ROBERT ŚMIECH

Problem który stanowi punkt wyjścia dla naszego projektu dotyczy klasyfikacji pewnego szczególnego typu rozmaitości riemannowskich. Przykładami takich obiektów są: krzywe, powierzchnia obwarzanka bądź dowolnej kuli (również ziemskiej) czy nawet cały Wszechświat. Od lat 50 wiadomo, że wszystkie elementarne rozmaitości riemannowskie można podzielić na siedem klas. Jedna spośród nich - tak zwane rozmaitości kwaternionowo-Kählerowskie - jest interesująca dla badaczy, ponieważ jedyne znane przykłady to bardzo szczególne obiekty zwane przestrzeniami symetrycznymi. Wobec tego LeBrun i Salamon postawili hipotezę (otwartą do dziś i nazwaną na ich cześć) że nie ma innych rozmaitości kwaternionowo-Kählerowskich.
Najważniejszy wkład LeBruna i Salamona w to zagadnienie polega na przeniesieniu jego badania do innego działu matematyki, zwanego geometrią algebraiczną. Zauważyli oni mianowicie że każdej rozmaitości kwaternionowo-Kählerowskiej można przyporządkować jednoznacznie pewną rozmaitość algebraiczną (obiekt badań geometrii algebraicznej) wyposażoną w strukturę kontaktową (pojęcie to jest dosyć techniczne i nie będziemy próbować go przybliżać). Wobec tego możemy próbować udowodnić hipotezę LeBruna-Salamona klasyfikując algebraiczne rozmaitości kontaktowe, mając na podorędziu różnorakie narzędzia wspomnianej dziedziny. W ten sposób udało się osiągnąć częściowy postęp (na przykład dowodząc hipotezy w pewnych szczególnych przypadkach). Jednak wciąż problemem pozostaje istnienie niewielkiej liczby przykładów, co ogranicza nasze rozumienie zagadnienia. Z drugiej strony znalezienie nowych oznaczałoby obalenie hipotezy.
Nasz projekt ma na celu w pewien sposób obejść tę trudność. Mianowicie chcemy znaleźć odpowiednie uogólnienie pojęcia algebraicznej rozmaitości kontaktowej (to znaczy zmniejszyć nasze wymagania co do obiektów które rozpatrujemy), dopuszczając na niej istnienie punktów osobliwych (niegładkich, czyli "kantów") lub pozwolić strukturze kontaktowej degenerować się na pewnym ograniczonym podzbiorze, tak aby pewne naturalne modyfikacje rozmaitości algebraicznych wciąż mieściły się w naszym pojęciu (nie jest to możliwe w przypadku zwykłej definicji). Oczywiście w ten sposób wykraczamy poza pole badań zdefiniowanę przez hipotezę LeBruna-Salamona, ale zyskujemy znaczną swobodę działania co może pozwolić na znaczne lepsze zrozumienie różnych własności struktury kontaktowej bądź - w najlepszym przypadku - pomóc w skonstruowaniu kontrprzykładu.