

## Streszczenie popularnonaukowe

Projekt znajduje się w głównym nurcie równań różniczkowych cząstkowych i matematyki stosowanej, i koncentruje się na matematycznie trudnych i praktycznie ważnych klasach nieliniowych nierówności różniczkowych wariacyjno-hemwariacyjnych, inkluzjach ewolucyjnych oraz różnych wielowartościowych zagadnieniach z ograniczeniami w nieskończone wymiarowych przestrzeniach Banacha.

Projekt podejmuje szczegółowe pytania teoretyczne dotyczące dobrego postawienia zagadnień, klasyfikacji nierówności, własności zbioru rozwiązań, regularności i gładkości rozwiązań, analizy wrażliwości, skojarzonych zadań sterowania optymalnego i zagadnień odwrotnych, itp. Całkowicie nowatorskie podejście będzie obejmować nieautonomiczne operatory zależne od historii i prawie-zależne od historii, ewolucyjne inkluzje subróżniczkowe i ich układy, ciągłą zależność rozwiązania od zaburzeń danych oraz nierówności z niewypukłymi zbiorami gwiazdzistymi. Projekt wywodzi się z głębokich pytań matematycznych obejmujących trzy wspólne cechy: energia układu jest niewypukła, rozwiązania są niegładkie, zarówno w odniesieniu do przestrzeni, jak i czasu, oraz podlegają zadany ograniczeniom. Większość badanych zagadnień nie może być opisana za pomocą równań różniczkowych cząstkowych, a niektóre z nich nie mają dobrze określonego typu. Bardziej odpowiednie są sformułowania opierające się na dwóch stosunkowo nowych koncepcjach: różniczkowej nierówności wariacyjnej (wprowadzonej w 2008r. w przestrzeniach skończone wymiarowych) i nierówności hemiwariacyjnej (teorii zapoczątkowanej w latach osiemdziesiątych). Pojęcie nierówności hemiwariacyjnej wywodzi się z wariacyjnego opisu procesów fizycznych, posiada precyzyjną interpretację fizyczną wyrażającą zasadę wirtualnej pracy lub mocy wprowadzoną przez Fouriera w 1823r. i opiera się na idei uogólnionego subgradientu Rockafellara-Clarke'a dla funkcji lokalnie lipszycowskich. Z fizycznego punktu widzenia, absolutnie pionierskie i niezbędne w zrozumieniu natury zagadnień badanych w ramach projektu, będzie rozróżnienie między charakterystycznymi cechami niegładkich układów nieciągłych, a właściwościami, które są zależne od badacza lub wykorzystywanego podejścia badawczego.

Istnieje wiele powodów motywujących realizację projektu, na przykład: niewystarczające jest zastosowanie technik nieliniowej analizy funkcjonalnej, równań różniczkowych cząstkowych, itp. do opracowania ścisłych metod w naukach stosowanych; większość rzeczywistych zagadnień stanowią otwarte problemy niegładkie, na ogół niewypukłe, zawierające operatory wielowartościowe. Projekt opiera się na spostrzeżeniu, że zagadnień leżących w czołowie danego obszaru nauk stosowanych wciąż nie można z powodzeniem rozwiązać za pomocą istniejących narzędzi matematycznych, i potrzebne są nowe podejścia.

Celem projektu jest osiągnięcie znacznego postępu w ogólnej teorii nierówności różniczkowych wariacyjno-hemwariacyjnych. Kluczową kwestią w metodyce badawczej jest poradzenie sobie z interakcją pomiędzy słabo zbieżnymi ciągami przybliżającymi poszukiwane rozwiązanie i różnego rodzaju silnymi nieliniowościami występującymi w równaniach, inkluzjach i nierównościach. Najbardziej znaczących rezultatów spodziewamy się dla nierówności różniczkowych hemiwariacyjnych zależnych od historii i z ograniczeniami, uogólnionych nierówności quasi-wariacyjno-hemwariacyjnych oraz układów inkluzji ewolucyjnych z operatorami historii. Ponadto, zbadamy wiele imponujących, czasami niespodziewanych, zastosowań nowych modeli matematycznych z niegładkimi potencjałami opisywanych przez nierówności różniczkowe wariacyjno-hemwariacyjne. Pojawiają się one w zagadnieniach mechaniki kontaktowej ciał stałych (w sprężystości, lepkosprężystości, lepkoplastyczności, piezoelektryczności, termolepkosprężystości, elektro-sprężystości), mechaniki płynów (płyny nienewtonowskie, modele reologiczne), i innych obszarach (obwody elektryczne, dynamika ekonomiczna, zadania komplementarnościowe, zagadnienia transportowe, biomechanika, medycyna, biologia, geofizyka, itp.).