

Sterowalność układów równań różniczkowych cząstkowych

(Streszczenie popularnonaukowe)

GUILLAUME OLIVE

Równania różniczkowe cząstkowe znajdują szerokie zastosowanie jako modele wielu zjawisk fizycznych. Wyróżnia się kilka ich typów, z których dwa najważniejsze to równania paraboliczne i hiperboliczne. Oba te typy ewoluują w czasie i w przestrzeni. Przykładowo, modelowanie, w jaki sposób wielkość fizyczna taka jak ciepło rozchodzi się w danej przestrzeni, prowadzi do parabolicznego równania różniczkowego cząstkowego – równania przewodnictwa cieplnego, podczas gdy opisując przepływ wody w otwartym kanale, uzyskujemy hiperboliczny układ równań różniczkowych cząstkowych – równania płytkiej wody.

Bardzo interesującą kwestią zarówno z praktycznego, jak i teoretycznego punktu widzenia jest ustalenie, czy równanie różniczkowe cząstkowe jest „sterowalne”. Na przykład dla równań płytkiej wody oznacza to uzyskanie odpowiedzi na następujące pytanie: czy możliwe jest regulowanie przepływu wody w otwartym kanale za pomocą pewnych urządzeń takich jak przelew przegrody, aby po pewnym czasie osiągnąć pożądany przepływ według wcześniej ustalonych założeń? Nazwa ogólna takich urządzeń to „sterowanie”, gdyż ich rolą jest sterowanie pewnymi wielkościami równań.

Celem tego projektu naukowego jest zbadanie, co dzieje się ze sterowalnością układów równań różniczkowych cząstkowych, to znaczy kiedy mamy do czynienia nie tylko z jednym pojedynczym równaniem różniczkowym cząstkowym, ale z wieloma równaniami wzajemnie na siebie oddziałującymi.

Matematyczne narzędzia obecnie używane do badania sterowalności danego równania różniczkowego cząstkowego nie zawsze mają zastosowanie do układów lub dają tylko częściowe wyniki. W tym projekcie badawczym spróbujemy rzucić nowe światło na to, jakie procesy zachodzą w układach równań, rozwijając techniki pozwalające podjąć to zagadnienie. W pierwszej kolejności zbadamy sterowalność dwóch przykładowych modeli układu parabolicznego i hiperbolicznego, a także poruszymy konkretne problemy, takie jak: jaki jest najlepszy czas, w którym sterowalność jest wykonalna? lub jaka jest minimalna liczba niezbędnych sterowań? Odpowiedzi na te pytania są zasadnicze dla wielu praktycznych zastosowań. W zależności od naszych wyników, będziemy następnie dążyć do uogólnień.

Wierzmy, że nasze badania przyczynią się do lepszego zrozumienia sterowalności właściwości układów równań różniczkowych cząstkowych.