

ROZWIĄZANIA KWANTOWEGO RÓWNANIA YANGA–BAXTERA I STOWARZYSZONE STRUKTURY ALGEBRAICZNE: (PÓŁ)GRUPY, ALGEBRY ŁĄCZNE I SKOŚNE KLAMERKI

STRESZCZENIE POLULARNONAUKOWE

Projekt dotyczy metod i struktur algebraicznych powstających w badaniu kwantowego równania Yanga–Baxtera. Równanie to, obecnie jedno z najważniejszych równań fizyki matematycznej, położyło podwaliny pod gwałtowny rozwój wielu dziedzin matematyki, w tym teorii grup kwantowych i wybranych aspektów teorii algebr Hopfa. Poszukiwanie rozwiązań tego równania, jak również jego różnych zastosowań, zostało w dużym stopniu zrealizowane poprzez rozwój różnorodnych narzędzi algebraicznych, opartych na teorii grup, teorii półgrup, teorii algebr łącznych i innych konstrukcjach kombinatorycznych oraz algebraicznych, w tym na tzw. klamerkach i ich uogólnieniach. Fundamentalny otwarty problem motywujący projekt został postawiony w 1992 roku przez Drinfelda i dotyczy opisu oraz klasyfikacji wszystkich tzw. teorio-zbiorowych rozwiązań kwantowego równania Yanga–Baxtera. Proponowane metody badawcze są oparte o grupy, półgrupy, algebry łączne (w tym algebry związane z relacją warkoczową, które już odegrały wybitną rolę w kilku obszarach matematyki), a także o klamerki i ich uogólnienia (zwłaszcza tzw. skośne klamerki).

Wiadomo, że tzw. grupy, monoidy i algebry strukturalne rozwiązań równania Yanga–Baxtera kodują w sobie wiele informacji o samych rozwiązaniach. Z drugiej strony skośne klamerki (skośna klamerka to zbiór z dwiema strukturami grupowymi, które powiązane są namiastką prawa rozdzielności) prowadzą do bardzo szerokiej klasy rozwiązań równania Yanga–Baxtera. Dlatego fundamentalnym problemem w tym zakresie jest zbadanie własności strukturalnych oraz reprezentacji takich obiektów (tj. grup, monoidów i algebr stowarzyszonych z rozwiązaniami równania Yanga–Baxtera oraz skośnych klamerrek), a następnie zrozumienie bardzo ścisłej wzajemnej zależności pomiędzy własnościami algebraicznymi tych obiektów a kombinatoryką rozwiązań równania Yanga–Baxtera. Ponadto, ponieważ skośne klamerki są uogólnieniem zarówno grup jak i pierścieni nilpotentnych, to jest możliwe, iż techniki rozwinięte w ramach projektu rzucą kompletnie nowe światło na pewne stare problemy otwarte w teorii grup i pierścieni (np. hipoteza Kaplansky’ego o jednościach w pierścieniach grupowych czy hipoteza Köthe dotycząca nil-ideałów w pierścieniach).

Motywacje i punkt wyjścia dla projektu stanowią ostatnie wyniki wielu autorów, które usytuowane są na styku teorii grup, teorii półgrup, strukturalnej i kombinatorycznej teorii pierścieni, teorii reprezentacji, teorii grup kwantowych i algebr Hopfa, teorii węzłów oraz wybranych aspektów fizyki matematycznej. Fakt, iż jest to aktualny obszar zainteresowania szerokiej grupy badaczy jest potwierdzony, między innymi, liczbą publikacji w wiodących czasopismach matematycznych, jak również liczbą ponad 180 preprintów związanych z równaniem Yanga–Baxtera, umieszczonych w sekcji „matematyka” w [arXiv](#) w ciągu ostatnich trzech lat.