

Matematyczna analiza modeli hydrodynamicznych - nieliniowości, nielokalność, obszar, skale

Celem tego projektu jest przeprowadzenie analizy matematycznej dla nieliniowych równań różniczkowych cząstkowych i ich rozwiązań. W szczególności skoncentrujemy się na problemach związanych z mechaniką płynów, ruchem kolektywnym, interakcją obiektów lub cząstek z płynem, zjawiskami obserwowanymi w nauce i technologii. Analiza taka daje lepsze zrozumienie niektórych złożonych zachowań w rozwzanych przez nas modelach. Naszym głównym celem będzie jakościowa analiza oraz sprawdzenie, czy rozważane zagadnienia są dobrze postawione.

Wiele zjawisk w naturze, technologii i socjologii jest opisywanych przez modele postrzegające je jako przepływ, dlatego są przedstawiane jako podstawowe układy mechaniki płynów. Chociaż podstawowy układ równań Naviera-Stokesa na stałym obszarze jest powszechnie akceptowany jako opis przepływu dla wielu cieczy i gazów, to istnieje jednak szeroka klasa zjawisk, dla których układ ten nie wystarcza by opisać bardziej złożone procesy. Dlatego też widzimy potrzebę konstruowania i badania modeli, które uwzględniają ich skomplikowany charakter.

W szczególności w pełnym opisie wielu zjawisk wyzwaniem jest uwzględnienie takich aspektów jak: ruch kolektywny, rojenie się osobników, mikrostruktura związana z oddziaływaniem pomiędzy cząsteczkami lub obiektami a płynem, w którym są zanurzone, nienewtonowska reologia płynu, zmienny kształt obszaru czy zbiornika, w którym znajduje się płyn, efekty cieplne, różne skale parametrów, które mają znaczenie w systemie, a ich wielkości są dominujące lub nieistotne.

Wyżej wymienione zjawiska są w równaniach źródłem efektów nielokalnych, nieliniowości w systemie, powodują, że układ rozważany jest na obszarze, który zmienia się w czasie, a zmiany kluczowych parametrów mogą zmieniać charakter całego układu.

W szczególności naszym celem będzie praca nad następującymi zagadnieniami:

- Analiza uogólnionego hydrodynamicznego modelu ruchu kolektywnego na obszarze zmiennym w czasie.
- Analiza oddziaływań pomiędzy cząstkami, a płynem nienewtonowskim na obszarze zmiennym w czasie.
- Analiza modeli hydrodynamicznych ze względu na parametr skalujący - granica z małą liczbą Macha.

Spodziewamy się otrzymać następujące rezultaty:

- Istnienie słabych rozwiązań i ich zachowanie dla dużych czasów dla uogólnionego układu Naviera-Stokesa-Vlasova na obszarze zmieniającym się w czasie, który opisuje ruch kolektywny cząstek lub obiektów w cieczy nienewtonowskiej.
- Istnienie słabych rozwiązań i ich zachowanie dla dużych czasów dla uogólnionego układu Naviera-Stokesa-Smoluchowskiego opisującego interakcją cieczy nienewtonowskiej i znajdujących się w niej cząstek w reżimie bąbelkowym na obszarze zależnym od czasu. Periodyczność rozwiązań w czasie przy periodycznych zmianach obszaru w czasie.
- Rygorystyczne matematyczne uzasadnienie dla nieściśliwego modelu opisującego ewolucję supernowej jako granicą modelu ściśliwego w reżimie małych liczb Macha.