Już od kilku dziesięcioleci komputery oferują nam ogromną pomoc przy rozwiązywaniu wielu zagadnień matematycznych. Bardzo często te zagadnienia mają silny i ważny związek z rzeczywistością. Prawdopodobnie nie istnieje taka dziedzina współczesnej techniki, w której komputery nie rozwiązywałyby problemów postawionych w języku matematyki (sama istota działania komputera jest przecież tak sformułowana!). W bardzo wielu zagadnieniach ich matematyczne sformułowanie ma postać tak zwanych równań różniczkowych opisujących ewolucję badanych układów (zarówno w czasie i przestrzeni). Jako koronny przykład należy podać tutaj numeryczną prognozę pogody, bez której nikt nie wyobraża sobie dzisiaj życia (nawet jeśli o tym nie wie). Inne przykłady to symulacje wszelkich procesów przemysłowych (od metalurgii do lotnictwa przez budownictwo), medycznych (od tomografii do optometrii przez onkologię) oraz środowiskowych (od hydrologii do tektoniki przez meteorologię ekstraplanetarną).

Podane wyżej przykłady można oczywiście mnożyć jednak warto zwrócić uwagę na jedną zasadniczą i ogromnie istotną rzecz. Skąd wiemy, że wyniki zwracane przez komputery są poprawne? Czy możemy im zaufać biorąc pod uwagę, że bardzo często od symulacji komputerowych zależy ludzkie życie? Odpowiedź leży w odpowiednim i poprawnym sformułowaniu algorytmów, które rządzą wykonywanymi obliczeniami. Przedmiotem niniejszego projektu jest konstrukcja oraz analiza algorytmów numerycznych służących do rozwiązywania pewnej klasy równań. Są to tak zwane *nielokalne* równania cząstkowe, które spotykane są w wielu ważnych zagadnieniach w fizyce plazmy oraz ciała stałego, biologii, hydrologii, a także w modelowaniu rynków finansowych.

Kluczowym terminem, który jest głównym przedmiotem naszych badań, jest nielokalność. Oznacza to, że obecny stan procesu zależy od jego historii (nielokalność czasowa) i / lub jego wartości w odległych punktach przestrzeni (nielokalność przestrzenna). Prawidłowe matematyczne podejście do nielokalnych elementów danego równania jest trudne, ponieważ wprowadza dodatkową złożoność, którą trzeba rozwiązać za pomocą niestandardowych narzędzi. Gdy nielokalność łączy się z nieliniowością, jak w naszym przypadku, koszt obliczeniowy algorytmów i ich analiza staje się znacznie bardziej złożona, wymagająca oraz trudny.

Naszym celem jest sformułowaniem metod numerycznych, które zaimplementowane na komputerze pozwolą na efektywne i dowolnie dokładne rozwiązywanie badanych równań. Najważniejszym zadaniem, którym zamierzamy się zająć jest dokładnie zanalizować tzw. zbieżność tych metod czyli, mówiąc w skrócie, ich wiarygodność. Metody numeryczne, które nie są zbieżne są kompletnie nieprzydatne ponieważ symulacje komputerowe z ich użyciem nie zwracają rzeczywistych wyników. Trzeba pamiętać, że tylko dzięki analizie matematycznej możemy jednoznacznie sklasyfikować czy dana metoda będzie zawsze zbieżna. Praktyczne używanie metod, o których nie wiadomo czy są zbieżne jest bardzo niebezpieczne ponieważ nie jesteśmy wtedy świadomi poprawności otrzymanych wyników. Efektem naszej pracy będzie zredukowanie tego niebezpieczeństwa i zapewnienie praktykom narzędzi numerycznych służących do rozwiązywania ważnych problemów.