

## Streszczenie popularnonaukowe

**Celem projektu** jest opracowanie efektywnych algorytmów rozwiązujących problemy takie, jak: problemy szeregowania zadań w lotnictwie (na etapie planowania projektu, montażu samolotów), jak i w tworzeniu harmonogramu działania lotniska obejmującego: bramki, lądowania, parking itd. itp. Ogólniej, problemy szeregowania zadań to *problemy spełnialności więzów* (ang. *constraint satisfaction problems (CSP)*), w których pytamy czy dla danych więzów nałożonych lokalnie na zmienne istnieje globalne podstawienie pod zmienne takie, że wszystkie więzy są spełnione. Więzy może np. wymagać, aby *zadanie X zostało wykonane po zadaniu Y lub po zadaniu Z*.

**Badania realizowane w projekcie** stosują dziedziny matematyki takiej jak: uniwersalna algebra, teoria modeli, teoria Ramseya i złożoność obliczeniowa. Nasze badania polegają na dowodzeniu twierdzeń o złożoności obliczeniowej problemów CSP i opracowywanie technik algorytmicznych dla tych problemów.

**Znaczenie** problemów CSP jest zarówno teoretyczne jak i praktyczne. Ta klasa problemów stanowi podklasę klasy NP. W konsekwencji nasze badania są ściśle związane z najważniejszym otwartym pytaniem informatyki teoretycznej, problemem milenijnym ogłoszonym przez Instytut Matematyczny Claya, czyli pytaniem czy NP jest równe P. Innymi słowy, pytamy czy problemy takie jak spełnialność Boolowska, kolorowanie grafów jak również wiele problemów szeregowania zadań mogą być efektywnie rozwiązywane na komputerach. Dotychczas ludzkość nie opracowała żadnych efektywnych algorytmów dla tych problemów i oczekuje się, że one nie istnieją. Nie ma wszakże matematycznego dowodu potwierdzającego te intuicje.

Rozwiązanie problemu, czy  $P = NP$ ? wymaga lepszego zrozumienia natury problemów w NP, z których wiele m.in. spełnialność Boolowska czy kolorowanie grafów może zostać wyrażonych jako problemy CSP już wtedy gdy modelujemy więzy nad skończonymi dziedzinami. Dzięki tzw. algebraicznemu podejściu do złożoności obliczeniowej problemów CSP (tj. podejściu opartemu o dziedzinę matematyki — algebrę uniwersalną), nasz rozumienie problemów spełnialności więzów nad skończonymi dziedzinami jest duże. W szczególności wiemy, że istnieje dychotomia dla tych problemów tzn. są one albo NP-zupełne (tzn. w praktyce nierozwiązywalne przez znane algorytmy) albo są w P (tzn. efektywnie rozwiązywalne).

Problemy CSP nad skończonymi dziedzinami niestety nie wyrażają wielu praktycznych problemów takich jak problemy szeregowania zadań czy też problemów we wnioskowaniu o zależnościach spacjalnych i temporalnych (ang. spatial and temporal reasoning). Na szczęście, okazało się, że algebra uniwersalna tym razem na równi z teorią modeli (dyscypliną logiki matematycznej) i teorią Ramseya nadaje się również aby badać złożoność obliczeniową pewnej klasy problemów CSP nad nieskończonymi dziedzinami. Ta klasa zawiera m.in. problemy szeregowania zadań oraz problemy istotne z punktu widzenia wnioskowania o zależnościach spacjalnych i temporalnych. Mimo to pełne zrozumienie tej klasy problemów CSP nad nieskończonymi dziedzinami jest jeszcze bardzo odległe. W szczególności, nie jest jasne jakie algorytmy mogłyby świadczyć o należeniu niektórych z tych problemów do P. Dlatego właśnie głównym celem niniejszego projektu jest, przy użyciu algebry uniwersalnej, teorii modeli i teorii Ramseya, opracowanie odpowiednich narzędzi algorytmicznych i ich pełne zrozumienie.

**Spodziewane efekty** projektu to nowe wydajne algorytmy oraz pełne zrozumienie złożoności obliczeniowej problemów spełnialności więzów nad nieskończonymi dziedzinami. Definiowanie problemów szeregowania zadań jako problemów spełnialności więzów jest korzystne nie tylko ze względów teoretycznych. W rzeczy samej, specjalistyczne oprogramowanie takie jak IBM ILOG CP Optimizer, który jest częścią IBM ILOG CPLEX używa tego formalizmu.