

Sterowanie stochastyczne jest ważnym działem badań naukowych. Modelowanie zjawisk świata rzeczywistego jest nietrywialnym problemem. Używamy matematycznych narzędzi: równań, formuł, relacji by opisać ewolucję lub zachowanie się rzeczywistych obiektów. Te obiekty są często podległe losowym zakłóceniom, czasami z powodu swojej dynamiki lub błędów pomiaru. Modelujemy je stosując procesy stochastyczne. Wraz z modelowaniem często chcielibyśmy mieć wpływ (sterować) obiektem, który opisujemy. Wtedy mamy problemy sterowania stochastycznego. Nasze sterowanie silnie zależy od funkcjonału kosztu (nagrody), który chcemy minimalizować lub maksymalizować. Innym problemem jest horyzont czasowy. Bardzo często jest on nieokreślony, wiemy, że jest on skończony i dostatecznie duży. Ponieważ postać sterowania może silnie zależeć od horyzontu czasu jest wygodnie rozważyć długi horyzont czasu równy nieskończoności, uważając, że sterowanie wyznaczone dla takiego funkcjonału będzie dobre dla skończonego dostatecznie długiego horyzontu czasowego. W projekcie interesujemy się dwoma rodzajami problemów sterowania stochastycznego: *asymptotyką (zachowaniem się granicznym) funkcjonałów długiego horyzontu i niewypukłymi problemami sterowania stochastycznego*. Funkcjonały długiego horyzontu pojawiają się w formie funkcjonałów zdyskontowanych, funkcjonałów średniego kosztu na jednostkę czasu i funkcjonałów wrażliwych na ryzyko. Ostatnia klasa funkcjonałów jest bardzo ważna ponieważ w związku ze swoją postacią mierzą one nie tylko oczekiwaną wartość średniego kosztu ale również inne momenty, w szczególności wariancję, która często jest rozważana jako miara ryzyka. Proces stanu jest modelowany za pomocą sterowanego procesu Markowa w czasie dyskretnym lub ciągłym, to jest procesów których przyszłe zachowanie się zależy jedynie od aktualnego stanu, ale nie zależy od stanów poprzednich. W przypadku czasu ciągłego preferujemy sterowanie impulsowe które jest ważną klasą realizowalnych strategii. Składa się ono z ciągu losowych czasów i sterowań wybieranych w tych momentach. W projekcie są badane aproksymacje funkcjonału średniego kosztu na jednostkę czasu stosując funkcjonały zdyskontowane, aproksymacje funkcjonałów czasu ciągłego za pomocą czasu dyskretnego, aproksymacje funkcjonału średniego kosztu na jednostkę czasu za pomocą funkcjonałów wrażliwych na ryzyko. Chcemy nie tylko aproksymować funkcjonały, ale również zrobić to samo z funkcjami wartości, to znaczy optymalnymi wartościami tych funkcjonałów kosztu. Takie aproksymacje są ważne do utworzenia sterowań optymalnych lub prawie optymalnych. Mianowicie, często optymalne sterowanie dla problemu granicznego jest prawie optymalne dla aproksymacji. Proces stanu może być w pełni obserwowalny lub możemy mieć tylko częściową obserwację procesu stanu na podstawie której wybieramy sterowanie. Ponieważ badamy długie horyzonty czasowe, problemy z częściową obserwacją (zdegenerowaną lub nie zdegenerowaną) są trudne do badania. Interesujemy się również stochastycznymi grami z średnim kosztem na jednostkę czasu oraz z funkcjonałem długiego horyzontu wrażliwym na ryzyko.

Niewypukłe problemy pojawiają w wielu sytuacjach w sterowaniu stochastycznym. W projekcie koncentrujemy się na rodzinie problemów wynikających z matematyki finansowej w szczególności rynków z wklęsłymi kosztami za transakcje. Jest całkiem typowe, że kiedy kupujemy lub sprzedajemy dużą liczbę akcji, lub waluty lub drogą nieruchomości wtedy płacimy opłatę transakcyjną, która zależy od wielkości transakcji i jest proporcjonalnie mniejsza gdy transakcja jest duża. Kiedy rozważymy zbiór niezerowych portfeli to okaże on być zbiorem niewypukłym. Jesteśmy zainteresowani w charakteryzacji braku arbitrażu to jest braku możliwości uzyskania nieujemnego zysku i dodatniego z dodatnim prawdopodobieństwem, bez ryzyka. Wtedy chcielibyśmy scharakteryzować optymalne strategie maksymalizujące oczekiwaną użyteczność z końcowego dobrobytu. Rozwiązując taki problem, chociaż funkcja użyteczności jest wklęsła, funkcja wartości okazuje się być niewklęsła.