

Elementy Euklidesa zawierają podstawowe techniki matematyczne starożytnej Grecji. W zakresie geometrii są to własności trójkątów i okręgów, teoria równych figur, teoria proporcji, podobieństwo figur oraz metoda wyczerpywania. Wraz z rozwojem matematyki, niektóre z nich zastąpiono nowymi. I tak arytmetyka liczb rzeczywistych zajęła miejsce teorii proporcji, a całka Riemanna – metody wyczerpywania. Rozumowania wykorzystujące własności trójkątów i okręgów przetrwały w niezmięnionej postaci i należą dziś do programów nauczania na poziomie elementarnym. Teoria figur podobnych także jest nauczana w szkołach, lecz podczas gdy jej twierdzenia są formułowane tak, jak w *Elementach*, to dowody prowadzone są w arytmetyce liczb rzeczywistych.

Innym sposobem odniesienia do antycznej teorii jest jej interpretacja w nowej teorii w rezultacie czego oryginalne twierdzenia zmieniają znaczenie. Modelowym przykładem jest ewolucja twierdzenia Pitagorasa. W *Elementach* jest to twierdzenie o kwadratach skonstruowanych na bokach trójkąta prostokątnego. W *La Géométrie* (1637), Kartezjusz nadaje mu postać algebraiczną $a^2 + b^2 = c^2$, gdzie a, b, c to odcinki – boki trójkąta prostokątnego, zaś a^2, b^2, c^2 to specjalnie zdefiniowany iloczyn odcinków. We współczesnej geometrii twierdzenie Pitagorasa jest reprezentowane tą samą formułą, co w *La Géométrie*, jednak a, b, c oznaczają liczby rzeczywiste – długości boków trójkąta. Inny przykład, to kodowanie własności trójkąta i okręgu w tożsamościach trygonometrycznych. Praktyka ta jest udokumentowana w edycji *Elementów* autorstwa Robert Simona z roku 1756. Interpretacją *Elementów* jest też teoria figur podobnych z *Grundlagen der Geometrie* (1899) Davida Hilberta.

Do XVII wieku *Elementy* były źródłem wiedzy matematycznej, w kolejnych stuleciach, z traktatu naukowego stawały się podstawą nauczania matematyki. W XX wieku stały się także przedmiotem badań filozoficznych. W rezultacie, w metodologii matematyki uznano *Elementy* za pierwowzór metody aksjomatycznej.

We współczesnej literaturze istnieją dwa zasadnicze sposoby interpretacji *Elementów*. Pierwszy wywodzi się od *Grundlagen der Geometrie* Hilberta i polega na odtworzeniu struktury dedukcyjnej *Elementów*. Twierdzenia Euklidesa dowodzone są tu w systemie, który obok aksjomatów Euklidesa zawiera też nowe aksjomaty. Ta interpretacja całkowicie pomija rolę diagramów w dowodzeniu. Projekt Hilberta kontynuuje R. Hartshorne w książce *Geometry: Euclid and Beyond* (2000). Drugi nurt respektuje fakt, że w wielu dowodach Euklides odwołuje się do diagramów. Interpretacja zaś polega na przypisywaniu diagramom szczególnej roli w dowodach. Projekt ten został zapoczątkowany artykułem K. Manders'a, *The Euclidean Diagram* (2008), a następnie został rozwinięty do systemu formalnego w serii artykułów J. Mummy i J. Avigada, np. *A Formal System for Euclid's Elements* (2009), *Proofs, Pictures, and Euclid* (2012), czy *The Eu approach to formalizing Euclid* (2019).

W ramach projektu przedstawimy taką interpretację *Elementów*, która rekonstruuje zarówno tezy twierdzeń Euklidesa oraz jego technikę dowodzenia. Czynimy to na przykładzie księgi VI *Elementów*. Teoria proporcji przyjęta przez Hilberta, a później przez Hartshorne'a, nie jest w stanie zrekonstruować twierdzeń Euklidesa, w których w proporcji występują figury, np. VI.1, 20, 31. Z kolei szkoła interpretacji akcentująca rolę diagramów, nie jest w stanie wyjaśnić porównania figur w relacji większa-mniejsza, gdy jedna figura nie jest zawarta w drugiej.

W proponowanej przez nas rekonstrukcji wykorzystujemy Metodę Pola wprowadzoną w książce Chou, Gao, Zhang, *Machine Proofs in Geometry* (1994). Przyjęta metoda pozwala rekonstruować zarówno tezy Euklidesa oraz jego technikę dowodzenia, co w przypadku księgi VI oznacza teorię proporcji. Ponadto, w tradycji Hilberta przetwarzanie informacji jest rozumiane jako logika zdań, w drugiej tradycji, jako przetwarzanie obrazów. W Metodzie Pola i w naszej interpretacji Euklidesa przetwarzanie informacji jest interpretowane jako obliczenia symboliczne.