

Makroskopowy opis pewnych modeli fizycznych przy użyciu metod teorii rachunku prawdopodobieństwa.

streszczenie popularnonaukowe projektu

Niniejszy projekt dotyczy badań matematycznych związanych z problemami fizycznymi, w których ważną rolę odgrywają metody teorii rachunku prawdopodobieństwa, procesów stochastycznych i pól losowych. W szczególności problematyka ta motywowana jest zagadnieniami wynikającymi z teorii przewodnictwa cieplnego, zjawisk kwantowych i propagacji fal w skomplikowanych ośrodkach. Ze względu na złożoność układów, o których mowa, naturalnym jest opis ich ewolucji przy użyciu procesów stochastycznych i pól losowych. Jednym z najczęściej stawianych problemów w tych modelach jest zagadnienie przejścia od skal mikroskopowych, w których sformułowany jest model, do skal makroskopowych, w których chcemy uzyskać opis interesującego nas zjawiska. W otrzymaniu makroskopowego opisu tego typu układów ważną rolę odgrywają metody entropijne pochodzące z teorii granic hydrodynamicznych, teoria słabych rozwiązań równań różniczkowych cząstkowych oraz równań różniczkowo-całkowych i teoria stochastycznej homogenizacji.

Niniejszy projekt składa się z dwóch części. W pierwszej, proponujemy badanie zagadnienia transportu ciepła w ośrodku jednowymiarowym. W tym przypadku przewodnik modelowany jest przy pomocy łańcucha oscylatorów harmonicznych - odpowiadających atomom - z losowym mechanizmem wymiany pędów. Jego dynamika opisana jest przy pomocy procesów stochastycznych. Planujemy badać *otwarte układy skończone*, t.j. takie układy termodynamiczne, które są w kontakcie z otaczającym je ośrodkiem. Chcemy pokazać, iż makroskopowy rozkład gęstości energii opisany jest rozwiązaniem ułamkowego równania dyfuzji z pewnym warunkiem brzegowym. Dodatkowo, w tej części naszych badań, planujemy zająć się problemem wielkoskalowego opisu rozwiązania równania kinetycznego z warunkiem brzegowym i zdegenerowanym jądrem rozpraszania. Równanie takie opisuje rozkład gęstości fononów - teoretycznych cząstek związanych z mezoskopowym opisem układu drgających oscylatorów - względem ich położenia i częstości.

W drugiej części niniejszego projektu planujemy badanie równań różniczkowych oraz różniczkowo-całkowych z losowymi współczynnikami. Pierwszy z zaplanowanych problemów to zagadnienie równania Schrödingera z losowym potencjałem. Równanie to jest ważne zarówno z punktu widzenia mechaniki kwantowej jak też teorii propagacji fal, gdzie pojawia się w paraksjalnej aproksymacji równania falowego. Losowy potencjał opisuje nieuporządkowany ośrodek, w którym porusza się cząstka kwantowa (np elektron), lub też skomplikowane medium, w którym rozchodzi się fala. Oczekuje się, iż w przypadku skalowania makroskopowego można otrzymać przybliżony opis propagacji energii związanej z opisywaną falą przy pomocy równania dyfuzji (tzw aproksymacja dyfuzyjna). Autor niniejszego projektu opublikował już szereg prac dotyczących tego zjawiska w przypadku słabych potencjałów (tzw reżim *weak coupling*). Planujemy badanie aproksymacji dyfuzyjnej dla rozwiązania równania Schrödingera z silnym, lecz słabo skorelowanym potencjałem (tzw. białym szumem po czasie i kolorowym szumem w zmiennej przestrzennej). Drugim problemem, który będziemy badać w tej części projektu jest zagadnienie homogenizacji dla rozwiązań równań różniczkowo-całkowych z losowymi współczynnikami. Dotyczy on uśrednionego, wielkoskalowego opisu rozwiązań równań z szybkozmiennymi współczynnikami, które zadane są przy pomocy pól losowych. Przy przejściu do skal makroskopowych rozwiązania zbiegają do rozwiązań równań ze stałymi ("uśrednionymi") współczynnikami. Procedura wzięcia granicy usuwa niejednorodności związane z opisem zjawiska i z tego powodu nazywa się *homogenizacją*. Autor projektu opublikował kilkadziesiąt artykułów naukowych z zakresu homogenizacji, które dotyczyły rozwiązań równań różniczkowych, lub też ruchów w polach losowych. W niniejszym projekcie planuje się użycie metod probabilistycznych w badaniu zagadnienia homogenizacji dla rozwiązań równań różniczkowo-całkowych.