# Streszczenie popularnonaukowe

Symetria kojarzy nam się z pięknem oraz harmonią. W matematyce badanie symetrii jest podstawową metodą analizy obiektów, np. figur geometrycznych, a im bardziej symetryczny obiekt tym łatwiej jest go opisać. Intuicyjne znaczenie symetrii można w sposób ścisły zakodować w pojęciu działania grupy na przestrzeni. To abstrakcyjne podejście pozwala na matematyczne modelowanie obiektów fizycznych takich jak kryształy, a poszukiwanie odpowiednio dobrych symetrii prowadzi do zdefiniowania wiązek głównych, które stanowią matematyczny język teorii pola z cechowaniem w fizyce.

Inną podstawową metodą poznawczą obiektów matematycznych jest ich podział oraz klasyfikacja. W topologii, w celu rozróżnienia poszczególnych rodzajów wiązek głównych, wprowadza się przestrzeń klasyfikującą, która jest wyznaczona jednoznacznie dla danej grupy symetrii. Okazuje się, że w podobny sposób można klasyfikować również inny rodzaj symetrii, tj. działania właściwe grup na przestrzeniach. Ten ostatni rodzaj działań i ich przestrzeń klasyfikująca są związane ze słynną hipotezą Bauma-Connesa.

Symetrii używamy również w innych sytuacjach. W mechanice kwantowej nie możemy zobaczyć cząstek, ale możemy zmierzyć ich pęd lub położenie. Z punktu widzenia modelu matematycznego, pomiary te otrzymujemy jako wartości własne pewnych nieprzemiennych operatorów. Wciąż możemy mówić o symetrii takiego układu poprzez pojęcie działania grupy kwantowej na algebrze operatorów. Jest to punkt startowy topologii nieprzemiennej, która stanowi uogólnienie tradycyjnej topologii i bada nieprzemienne algebry operatorów, np. C*-algebry.

Zadaniem projektu jest znalezienie nieprzemiennego odpowiednika dla przestrzeni klasyfikujących wiązki główne oraz działania właściwe. Po niedawnym zdefiniowaniu nieprzemiennych wiązek głównych, kolejnym naturalnym krokiem jest ich klasyfikacja. Przestrzenie klasyfikujące mają w topologii fundamentalne znaczenie, dlatego spodziewamy się, że zdefiniowane w projekcie obiekty odegrają podobną rolę w topologii nieprzemiennej. Wśród potencjalnych zastosowań nieprzemiennych przestrzeni klasyfikujących znajdują się nowe możliwości sformułowania twierdzenia Atiyaha-Segala o domknięciu dla C*-algebr oraz hipotezy Bauma-Connesa dla grup kwantowych. Nasze badania pozwolą także na porównanie wielu obecnych w literaturze definicji właściwych oraz swobodnych działań grup kwantowych na C*-algebrach.