POPULARNONAUKOWE STRESZCZENIE PROJEKTU (W JĘZYKU POLSKIM)

Matematyczna teoria układów dynamicznych powstała dzięki pracom Boltzmanna, Birkhoffa, Poincarégo w celu badania rozwiązań równań różniczkowych liniowych. Obecnie teoria ta szybko się rozwija i ma liczne zastosowania w pokrewnych dziedzinach, takich jak mechanika klasyczna, geometria różniczkowa, teoria procesów stochastycznych, teoria algebr operatorów oraz teoria liczb. Teoria układów dynamicznych bada długoterminowe jakościowe zachowanie układów dynamicznych, nie skupiając się na znalezieniu precyzyjnych rozwiązań równań definiujących układ dynamiczny, ale raczej na odpowiedzi na pytania: "Czy długoterminowe zachowanie układu zależy od jego początkowego stanu?" lub "Czy układ dąży w dłuższej perspektywie do stanu stabilnego?" Matematyczna teoria układów dynamicznych znajduje zastosowania w fizyce, ekonomice, biologii, socjologii, itp.

W matematyce układ dynamiczny to objekt, który składa się z trzech elementów: przestrzeni fazowej (tzn. przestrzeni stanów układu), czasu oraz reguły, zgodnie z którą stany układu ewoluują w czasie. Przestrzeń fazowa jest wyposażona w dodatkową strukturę. Może to być topologia (w dynamice topologicznej) lub rodzina zbiorów mierzalnych (w teorii ergodycznej). Czas z kolei może być dyskretny lub ciągły, odwracalny lub nieodwracalny. W projekcie skupimy się na dyskretnych układach dynamicznych, dla których działanie czasu jest określone przy pomocy iteracji pojedynczego odwzorowania, stąd samo odwzorowanie jest często nazywane układem dynamicznym. Większość głównych zjawisk dynamicznych jest widoczna już w przypadku czasu dyskretnego, a rozpatrywanie czasu ciągłego wymaga zazwyczaj jedynie mniej istotnych zmian o charakterze technicznym.

Układy dynamiczne Cantora należą do najważniejszych klas dyskretnych układów dynamicznych w dynamice topologicznej i stanowią modele dla ogólnej dynamiki. Ponadto, ze względu na strukturę zbioru Cantora, teoria układów dynamicznych Cantora jest naturalnym łącznikiem między teorią ergodyczną (zwaną również mierzalną dynamiką) a dynamiką topologiczną. Teoria ergodyczna bada własności statystyczne deterministycznych układów dynamicznych, natomiast dynamika topologiczna bada własności asymptotyczne układów dynamicznych z punktu widzenia topologii ogólnej. Zbiór Cantora jest zwartą zerowymiarową przestrzenią metryczną bez punktów izolowanych. Topologia na zbiorze Cantora jest generowana przez przeliczalną rodzinę podzbiorów otwarto-domkniętych. Wszystkie zbiory Cantora są homeomorficzne. Przez układ dynamiczny Cantora rozumiemy parę (X, T) składającą się ze zbioru Cantora X i homeomorfizmu $T : X \to X$. Układy dynamiczne Cantora są jednym z głównych obiektów badań w dynamice symbolicznej. Symboliczne układy dynamiczne powstały jako metoda badania ogólnych układów dynamicznych; opracowane techniki i pomysły znalazły następnie znaczące zastosowanie w przechowywaniu i przesyłaniu danych, a także w algebrze liniowej.

Projekt jest poświęcony klasyfikacji nieokresowych układów dynamicznych Cantora względem orbitalnej równoważności. Będziemy badać takie własności układów dynamicznych Cantora, jak ich złożoność, zbiory miar niezmienniczych i quasiniezmienniczych, pełne grupy. Obiekty te pomogą nam rozróżnić nieizomorficzne lub nie orbitalno-równoważne układy. Problemy rozważane w projekcie mają związek z teorią algebr operatorów, teorią grup, teorią prawdopodobieństwa oraz z innymi działami matematyki.