

CHAIN - Metody łańcuchowe w badaniu regularności procesów stochastycznych.

prof UW, dr hab. Witold Bednorz
Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki
Instytut Matematyki, Uniwersytet Warszawski

Procesy stochastyczne rozważa się za każdym razem, gdy potrzeba matematycznej analizy zjawiska losowego zależnego od czasu. Procesem nazywamy rodzinę zmiennych losowych indeksowaną ustalonym zbiorem. W wielu problemach, które są istotne dla teorii prawdopodobieństwa, znaczenie mają nie tylko procesy indeksowane przedziałem czasowym, ale przede wszystkim indeksowane dowolnymi zbiorami. Na przykład normę losowego wektora w ośrodkowej przestrzeni Banacha można potraktować jako supremum wartości procesu indeksowanego przez wszystkie normujące funkcjonały liniowe. Trajektorią procesu nazywamy pojedynczy wynik procesu stochastycznego, czyli poszczególne wartości zmiennych dla ustalonego elementu losowego. Głównym celem projektu CHAIN jest zbadanie regularności trajektorii w różnych otwartych pytaniach, które są istotne w teorii prawdopodobieństwa. Projekt jest kontynuacją badań PI w ramach projektu BOUNDS, które przyniosły rozwiązanie kilku intrygujących pytań, które można teraz dalej rozwijać. Kluczowym narzędziem dla projektu, jest konstruowanie odpowiednich łańcuchów aproksymujących. Główną ideą tej metody jest przybliżanie skomplikowanych zbiorów indeksów poprzez odpowiednie ciągi podzbiorów skończonych. Generalnie, łatwiej dowodzi się górne oszacowanie za pomocą techniki łańcuchów, znacznie trudniej wykazać analogiczne oszacowania dolne. Na przykład kluczowym pytaniem dla teorii procesów jest charakteryzacja wartości oczekiwanych norm wektorów losowych, szczególnie o współrzędnych zależnych takich jak wektory o rozkładach logarytmicznie wklęsłych, jeden bezwarunkowych. Kluczową rzeczą, aby taka analiza była możliwa, jest wykazanie minoryzacji Sudakowa, własności, która łączy geometryczną informację o oddzielaniu punktów w zbiorze indeksów, z dolnym oszacowaniem na wartość oczekiwaną supremum procesów indeksowanych przez taki zbiór. Niedawno PI znalazł dowód minoryzacji dla odpowiednio pewnej klasy losowych wektorów. Wraz z technikami opracowanymi przez prof. M. Talagrand prowadzi to zawsze do charakteryzacji wartości oczekiwanych dla pewnych wektorów losowych przy pewnych warunkach regularności. Z drugiej strony prowadzone są ostatnio badania metody interpolacji odkrytej przez prof. R. Van-Handel'a, dzięki której przy dowodzeniu oszacowań dolnych można osłabić niektóre założenia wymagane w podejściu Talagrand. Warto zauważyć też, że prof. M. Talagrand pisze nową wersję swojej monografii na temat górnych i dolnych granic procesów stochastycznych, której wersja robocza była inspiracją dla kilku szczegółowych celów CHAIN. Te wszystkie argumenty sprawiają, że projekt powinien odnieść sukces.