

## **Prawda: pomiędzy dyskwtacją i kompozycyjnoscia.**

Pierwsza połowa dwudziestego wieku przyniosła gwałtowny rozwój logiki formalnej. Wspólnym wysiłkiem filozofów i matematyków osiągnięto znaczący postęp w wyjaśnieniu wielu istotnych pojęć filozoficznych. Naukowcom udało się przedstawić matematyczne modele takich pojęć jak *język formalny*, *dowodliwość* i *obliczalność*. Okazało się, że pojęcia te da się zdefiniować w sposób syntaktyczny, tzn. odwołując się jedynie do kształtu symboli. Z drugiej strony, badania te często motywowane były odkryciem paradoksów pochodzenia czysto semantycznego: naiwne próby formalizacji takich pojęć jak *definiowalność*, *znaczenie* czy *zbiór obiektów posiadających pewną własność* okazały się prowadzić do sprzeczności (na co wskazywały paradoksy Richarda, Grellinga–Nelsona, czy Russella). Podobnie było z pojęciem stanowiącym główny przedmiot badań w ramach naszego projektu: pojęciem *prawdy*.

Wydaje się, że nasze najbardziej podstawowe intuicje dotyczące pojęcia prawdy wyrażone są przez zdania postaci „ $A$ ” jest prawdziwe wtedy i tylko wtedy, gdy  $A$ ”, gdzie  $A$  jest pewnym zdaniem, a „ $A$ ” oznacza nazwę tego zdania. Zdania te nazywane są  *$T$ -równoważnościami*, a cały ich zbiór: *schematem dyskwtacyjnym*. Jako całość, wyraża on, że językową rolę wyrażenia „jest prawdziwe” można opisać w wyjątkowo prosty sposób jako odwracanie operacji brania w cudzysłów, czyli *odcudzysłowanie* (*dyskwtację*). Na mocy słynnego twierdzenia Tarskiego (bazującego na wcześniejszych wynikach Gödla), jeśli pozwolimy na to by w powyższym schemacie zdanie  $A$  zawierało wyrażenie „jest prawdziwe”, to otrzymamy sprzeczny zbiór zdań. Dowód opiera się na formalizacji znanego od starożytności *paradoksu kłamcy*: rozważamy zdanie  $\lambda$  wyrażające „ $\lambda$  nie jest prawdziwe”. Stosując  *$T$ -równoważność* dla  $\lambda$ , otrzymujemy wniosek, że „ $\lambda$ ” jest prawdziwe wtedy i tylko wtedy, gdy „ $\lambda$ ” nie jest prawdziwe. Otrzymana sprzeczność pozwala wywnioskować słynne twierdzenie Tarskiego o niedefiniowalności prawdy.

Rozumowanie prowadzące do sprzeczności można zablokować zabraniając by wyrażenie „jest prawdziwe” było stosowane do zdań, w których to wyrażenie występuje (takim zdaniem jest chociażby rozważane powyżej  $\lambda$ ). Co więcej, jak wykazał Tarski, w takiej sytuacji można wręcz, dla danego języka  $\mathcal{L}$  *zdefiniować* pojęcie „jest zdaniem prawdziwym języka  $\mathcal{L}$ ” w taki sposób by wszystkie  *$T$ -równoważności* dla zdań języka  $\mathcal{L}$  wynikały z podanej definicji. Nie jest to oczywisty wynik, gdyż w skład schematu dyskwtacyjnego dla języka  $\mathcal{L}$  wchodzi nieskończenie wiele zdań, które są formalnie od siebie niezależne (tzn. żadne z nich nie wynika z pozostałych). Sposobem na uzyskanie nieskończenie wielu  *$T$ -równoważności* za pomocą skończenia wielu warunków, było zastosowanie *reguł kompozycyjnych* dla języka  $\mathcal{L}$ . Reguły te podają instrukcje określające jak prawdziwość zdań złożonych zależy od prawdziwości zdań składowych. Na przykład, jeśli  $\mathcal{L}$  to (fragment) języka polskiego, to warunek kompozycyjny dla spójnika „oraz” można opisać

Dla dowolnych zdań  $\phi$  i  $\psi$ , zdanie „ $\phi$  oraz  $\psi$ ” jest prawdziwe wtedy i tylko wtedy, gdy  $\phi$  jest prawdziwe oraz  $\psi$  jest prawdziwe.

Już Tarski zauważył, że skończenie wiele takich warunków (podanych dla spójników i kwantyfikatorów języka  $\mathcal{L}$ ) ma znacznie większą siłę wyrazu niż zbiór  *$T$ -równoważności* (dla języka  $\mathcal{L}$ ). W szczególności warunki te pozwalają wywnioskować, że prawdziwość zdań jest zachowywana przez dowody formalne. Sam schemat dyskwtacyjny dla języka  $\mathcal{L}$  jest zbyt słaby by udowodnić takie zdanie ogólne. We współczesnej literaturze filozoficznej jest to jeden z poważniejszych argumentów na rzecz *niezupełności* samych  *$T$ -równoważności* jako formalnej podstawy dla pojęcia prawdy.

W ramach naszego projektu zajmujemy się badaniem relacji pomiędzy dwoma powyższymi zasadami dla pojęcia prawdy: schematem dyskwtacyjnym i warunkami kompozycyjnymi. W szczególności staramy się zrozumieć, czy  *$T$ -równoważności*, choć formalnie zbyt słabe by udowodnić kompozycyjnosc pojęcia prawdy, mogą stanowić podstawę dla warunków kompozycyjnych. Podstawową filozoficzną motywacją jest dla nas *dyskwtacjonizm*, czyli stanowisko głoszące, że schemat dyskwtacyjny wyraża już wszystkie istotne własności pojęcia prawdy. Ponadto staramy się ustalić czy kompozycyjnosc jest konieczna do wywnioskowania schematu dyskwtacyjnego za pomocą skończenia wielu warunków. Badamy także uogólnienia twierdzenia Tarskiego o niedefiniowalności pojęcia prawdy, zastępując *definiowalność* słabszym warunkiem *interpretowalności*.

Powyższe zagadnienia badane są przy użyciu metod formalnych *aksjomatycznych teorii prawdy*. Jest to poddziedzina logiki formalnej, która jak do tej pory dostarczyła wielu istotnych informacji na temat własności formalnych pojęcia prawdy, w szczególności tego, które układy zasad dla tego pojęcia są niesprzeczne. Każde z powyższych pytań posiada kilka bardzo naturalnych odpowiedników w postaci problemów czysto matematycznych, które będziemy chcieli rozwiązać. Rezultaty formalne pomogą z kolei testować nasze filozoficzne intuicje i pozwolą formułować nowe hipotezy badawcze. Samo uzyskanie tych rezultatów, w postaci twierdzeń matematycznych, będzie już bardzo istotnym wkładem projektu. Ponadto liczymy, że pozwolą one na wyjaśnienie naszych intuicji dotyczących jednego z ważniejszych pojęć filozoficznych.