

Popularnonaukowe streszczenie projektu: Oszacowania norm transformat Riesz

Badania zaproponowane w projekcie pozwolą pogłębić naszą wiedzę w dziale analizy matematycznej zwanym analizą harmoniczną. Mamy również nadzieję, że nasze wyniki znajdą zastosowania w równaniach różniczkowych cząstkowych.

Analiza harmoniczna (lub analiza fourierowska) wyrosła z teorii szeregów Fouriera. Jej główną ideą jest rozkład badanego obiektu na sumę prostszych składowych. Metody analizy harmonicznego znajdują szerokie zastosowanie nie tylko w matematyce, ale i w technologiach codziennego użytku: w tomografii komputerowej, kompresji danych (format MP3 i JPEG), czy przetwarzaniu sygnałów (np. radiowych). Równania różniczkowe cząstkowe to jeden z najbliższych zastosowaniom praktycznym działów matematyki. Pozwalają one na opis i modelowanie zjawisk fizycznych za pomocą równań matematycznych.

Głównym obiektem naszych badań będą tak zwane transformaty Riesz. Są to pewne operatory liniowe, które składają się zarówno z części różniczkowej (np. pochodna cząstkowa) jak i całkowej (np. tzw. potencjał Riesz). Słowo operator oznacza tutaj funkcje, której zarówno dziedziną jak i zbiorem wartości jest pewna podprzestrzeń funkcji zmiennej rzeczywistej. Linio-wość natomiast oznacza, że operator na sumie funkcji jest sumą operatorów na tych funkcjach. Jesteśmy zainteresowani głównie sytuacją, gdy zastosowanie transformaty Riesz do funkcji całkowalnej z p -tą potęgą zwraca funkcje także całkowalną z p -tą potęgą. Dodatkowo, pytamy o konkretne liczbowe oszacowania transformaty Riesz przez funkcję transformowaną. Tego typu oszacowania są ściśle związane z nierównościami dla operatorów różniczkowych. Z kolei takie nierówności często stanowią ważny krok w pokazywaniu istnienia i znajdowaniu rozwiązań dla różnych równań różniczkowych cząstkowych.