STABILNOŚĆ DLA ALGEBR OPERATORÓW ORAZ DLA GRUP

Pojęcie stabilności mówi nam jak duże znaczenie mają niewielkie błędy. Ogólne znaczenie tego pojęcia może być sformułowane następująco:

> Czy funkcje (lub operatory, elementy algebr, grup itd.), które prawie spełniają pewne równanie muszą być blisko tych, które dokładnie spełniają to równanie?

Wtedy, badając system o którym wiadomo, że jest stabilny, nie ma konieczności uzyskania dokładnego rozwiązania (co zwykle jest trudne bądź czasochłonne). Wystarczy uzyskać rozwiązanie przybliżone. Stabilność gwarantuje, że blisko uzyskanego rozwiązania przybliżonego istnieje rozwiązanie dokładne. Jest to użyteczne w wielu zastosowaniach, takich jak analiza numeryczna, optymalizacja, biologia, ekonomia, itd., a także w wielu obszarach czystej matematyki. Ten projekt skupia się na problemach stabilności pojawiających się w dwóch działach matematyki – w algebrach operatorów oraz w teorii grup.

Algebry operatorów pojawiły się w pracy von Neumanna jako matematyczne podstawy dla mechaniki kwantowej. Są one nieprzemiennymi wersjami pojęć z teorii miary, topologii i geometrii różniczkowej, jak też mają głębokie związki z wieloma innymi działami matematyki. W szczególności związki z teorią grup są bardzo użyteczne w obie strony: różne własności teoriogrupowe dały fundamentalne spostrzeżenia dotyczące natury algebr operatorów, a patrząc w drugą stronę, pewne aspekty teorii grup są najlepiej zrozumiałe przy użyciu metod zaczerpniętych z algebr operatorów.

W teorii algebr operatorów techniki stabilności dostarczają mocnych narzędzi do badania własności strukturalnych algebr operatorów oraz są używane w programie klasyfikacji dla C*-algebr. Oprócz zastosowań wewnątrz tej teorii, stabilność algebr operatorów ma zaskakujące zastosowania w fizyce materii skondensowanej przy badaniach izolatorów topologicznych i nadprzewodników topologicznych; a także w informatyce kwantowej. Zastosowania w informatyce kwantowej również będą jednym z głównych kierunków rozwijanych w ramach tego projektu.

Stabilność teoriogrupowa pojawiła się już dawno przy badaniu struktur geometrycznych. Niemniej w ostatnich kilku latach stała się obiektem szczególnego zainteresowania ze względu na odkrycie związków z ważnymi przypuszczeniami dotyczącymi soficznych i hiperliniowych aproksymacji grup.

Proponowane badania mają na celu badanie stabilności grup metodami algebr operatorów. Skoncentrują się na rozwijaniu niezmienników oraz warunków stabilności dla ważnych klas grup skończonych oraz lokalnie zwartych i na związkach z problemami aproksymacji dla grup. Ponadto, po stronie algebr operatorów planujemy systematyczne badanie właściwości trwałości klasy stabilnych C*-algebr, ich związków z innymi ważnymi pojęciami algebr operatorów, badanie stabilności konkretnych klas algebr operatorów, oraz planujemy zastosować nasze wyniki do problemow topologii nieprzemiennej.

Istotna część pracy będzie poświęcona zastosowaniu stabilności operatorowo-algebraicznej do teorii informacji kwantowej, a mianowicie badaniu nakładających się kubitów, kwantowych gier nielokalnych oraz efektu superaktywacji dla pojemności o zerowym błędzie. Tak więc osiągnięcie naszych celów pociągnie za sobą bezpośrednie zastosowania w informatyce kwantowej.

Znaczenie projektu polega także na tym, że pozwoli on na powiększenie i rozwoj zespołu badawczego, zajmującego się algebrami operatorowymi w IMPAN, i, co bardzo ważne, zainicjuje współpracę między zespołem a fizykami (matematycznymi) pracującymi w dziedzinie informacji kwantowej i obliczeń kwantowych.