

Streszczenie popularnonaukowe

W świetle najnowszych wyników eksperymentalnych okazało się że klasyczne modele dyfuzyjne nie stanowią właściwego opisu biologicznych i fizycznych układów złożonych. Powstała potrzeba rozwinięcia nowych modeli opisujących tzw. procesy anomalnej dyfuzji, które charakteryzują się nieliniowym w czasie średniokwadratowym przemieszczeniem i dzielą się na procesy sub- oraz superdyfuzji. Błądzenia losowe z czasem ciągłym mają wśród tych modeli pozycję szczególną, zarówno z powodów fizycznych jak i matematycznych. Dla fizyków istotne jest, że łączą one teorię anomalnej dyfuzji z fizyką statystyczną i dynamiką pojedynczej cząstki. Z kolei z matematycznego punktu widzenia są one interesujące ze względu na bogatą strukturę, pozwalającą łączyć pojęcia z różnych gałęzi teorii procesów losowych oraz ułamkowych równań różniczkowo-całkowych. Ta elastyczność wpływa również na użyteczność błędzeń losowych z czasem ciągłym i powiązanych z nimi równań ułamkowych w innych dziedzinach, takich jak biologia, chemia, czy inżynieria finansowa.

W przedłożonym projekcie zbadane zostaną trzy fundamentalne zagadnienia dotyczące procesów anomalnej dyfuzji – probabilistyczne, numeryczne oraz statystyczne. Rozwinięte zostaną istotne aspekty teoretyczne błędzeń losowych w połączeniu z ich analizą numeryczną i statystyczną. Uzyskane wyniki pozwolą na identyfikację rodzaju anomalii obserwowanych eksperymentalnie w układach złożonych.

Celem projektu jest szczegółowe zbadanie pewnych klas błędzeń losowych, które odgrywają istotną rolę w modelowaniu dynamiki obserwowanej w komórkach biologicznych. Szczególny nacisk położony będzie na tzw. starzejące się spacery Lévy'ego oraz błędzenia losowe z zamrożoną strukturą przestrzenną. Wybór tych klas modeli nie jest przypadkowy, ponieważ otwiera możliwość zastosowania i łączenia najnowszych wyników, również eksperymentalnych, z rozpatrywanymi dziedzinami. Ważnym powodem wyboru takich a nie innych procesów jest fakt, że badane modele są bogate pod względem matematycznym, ale też istotne z punktu widzenia potencjalnych zastosowań praktycznych. Z tego względu planowane badania będą koncentrować się również na zbudowaniu numerycznej oraz statystycznej metodologii dla tzw. ułamkowych równań Fokkera-Plancka, które są podstawowymi modelami subdyfuzji.

Główna część projektu dotyczyć będzie badania związku między parametrami modeli, a ich własnościami asymptotycznymi (udowodnione zostaną odpowiednie twierdzenia graniczne), co ma kluczowe znaczenie aplikacyjne, pozwala przewidzieć zachowanie badanego układu po długim czasie. Uzupełnieniem stosowanych metod matematycznych będą symulacje komputerowe Monte Carlo oraz analiza numeryczna i statystyczna, które pozwolą dodatkowo zweryfikować uzyskane rezultaty. Jednocześnie zaprezentują one możliwości użycia wyników projektu przy badaniu rzeczywistych układów, co powinno być ważnym krokiem na drodze do późniejszych zastosowań i dalszego rozwoju badanych modeli.

Rozwiązanie aktualnych i fundamentalnych problemów postawionych w projekcie, badanych obecnie w najlepszych ośrodkach naukowych na świecie (m.in Cambridge, Heidelberg, MIT, Princeton, Tel Aviv), przyczyni się do pełniejszego zrozumienia procesów anomalnej dyfuzji i będzie miało duże znaczenie dla nauk matematycznych, fizycznych oraz biologicznych.