

## Chaos, fraktale i dynamika nie tylko konforemna

Układy dynamiczne są działem matematyki badającym układy, których stan zmienia się w czasie. Każdy model matematyczny stosowany w fizyce bądź innych naukach jest to układ dynamiczny. Badając układ dynamiczny staramy się dla zadanego stanu początkowego układu przewidzieć jego przyszłość.

Nie jest zaskakujące że różne stany początkowe będą mieć zazwyczaj różne 'przyszłości'. Niemniej jednak, bardzo często jesteśmy w stanie wyróżnić pewne typowe zachowanie układu dynamicznego i odróżnić je od innych zachowań, które również mogą się zdarzyć ale tylko dla niewielkiego zbioru stanów początkowych. Owe rzadkie zdarzenia mogą jednak nieść daleko idące konsekwencje jeśli mimo wszystko zajdą. Niestety, często nie jesteśmy w stanie odróżnić od siebie stanów początkowych 'typowych' i 'nietypowych'. Możemy jednak podać opis w terminach probabilistycznych: dla zadanego rozkładu prawdopodobieństwa na przestrzeni stanów początkowych powiedzieć, jakie jest prawdopodobieństwo zajścia zadanego zdarzenia.

Celem naszego projektu jest rozwinięcie tej ilościowej teorii zdarzeń rzadkich w pewnych klasach układów dynamicznych. Będziemy badać zachowania opisane w terminach ergodycznych, jak również geometrycznych – na przykład patrząc na stany początkowe których trajektorie całkiem omijają pewien obszar przestrzeni fazowej. Biorąc jako przykład pogodę, pierwszy typ pytań to np. pytanie o średnią temperaturę w ciągu najbliższych stu lat, drugi typ – to pytanie jak wielka jest szansa że w tym stuleciu nigdy już nie będzie w Warszawie śniegu na Nowy Rok.

Naturalnie, układy które będziemy badać są dużo prostsze od modeli przewidywania pogody. Zajmiemy się różnymi typami dynamiki jednowymiarowej, rzeczywistej (układy iteracyjne funkcji ze skończoną bądź nieskończoną liczbą odwzorowań, obroty niewymierne na okręgu) i zespolonej, jak również pewnymi specjalnymi klasami dynamiki wyżej wymiarowej (odwzorowania afiniczne, pewne dyfeomorfizmy w  $\mathbb{R}^3$ ) i kocyklami macierzowymi. 'Rozmiar' zbiorów 'nietypowych' trajektorii będziemy mierzyć przy pomocy wymiaru Hausdorffa i entropii topologicznej.